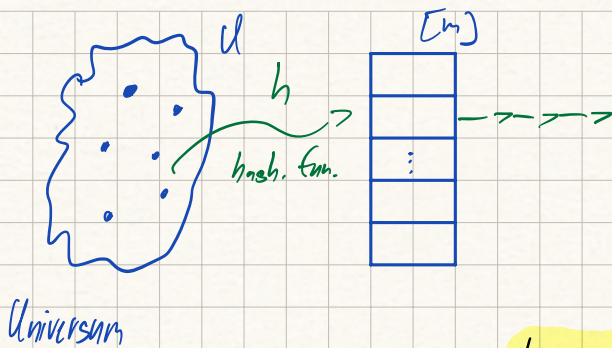




Systém funkcí z U do $[m]$ je c -univerzální,
pro $c > 0$: $\forall x, y \in U, x \neq y: P[h(x) = h(y)] \leq \frac{c}{m}$

Víme: $\exists$ 1-univerzální systém

Lemma: Necht' $\mathcal{H}$ je c -univerzální systém f' z U do $[m]$,
 $x_1, \dots, x_n \in U$ navzájem různé, $y \in U$

Potom: $E_{h \in \mathcal{H}} [\#i: h(x_i) = h(y)] \leq c \cdot \frac{n}{m} + 1$

"střední hodnota obsazení příslušný, kde padlo y"

Dh: Předpoklad: $\forall i: y \neq x_i$
Případ $y = x_i$ získá "1" na konci

Pomocí indikátoru:
 $I_i = I_{y_i}$

$$I_i := \begin{cases} 0 & \text{pro } h(x_i) \neq h(y) \\ 1 & \text{pro } h(x_i) = h(y) \end{cases}$$

$$Y = \sum I_i$$

$$E[Y] = E[\sum I_i]$$

$$E[I_i] = P[h(x_i) = h(y)] \leq \frac{c}{m}$$

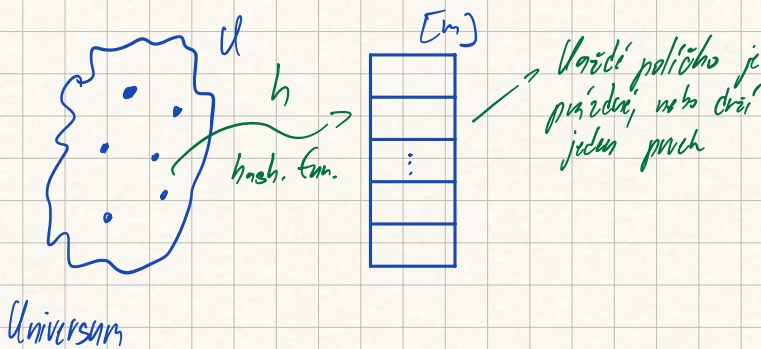
$$\hookrightarrow E[Y] \leq c \cdot \frac{n}{m}$$

Důsledek

E časová složitost
operací Find, Insert, Delete
je $O(\frac{n}{m})$

Což umíme přechodem
dívat na $O(1)$

Otevřená adresace:



Všechny políčka je
prázdné, nebo drží
jeden prvek

Df: $\forall x \in U$ přiřadíme množině posloupnost

$$h(x, 0), h(x, 1), h(x, 2) \dots, h(x, m-1)$$

což je permutace na $[m]$

Operace:



Insert(x) - bude v pořadí dané permutací procházet
jednotlivé pozice, než nalezne volnou

Find(x) - bude procházet v pořadí permutace
- zastaví se o prvek / s prázdnou první přílohou
- dál už totiž žádný prvek nebude

Příklady

Lineární přidávání:

- první prvek pomocí hash f, pak v lineárně
hledám volnou místo

$$h(x, i) = (f(x) + i) \bmod m$$

degradace

0	1	2	3	4	5	6	7
	42		14	35	36	24	15

Vložím: 35, 36, 14, 42, 24, 35, 17

- Delete(x)** - prvok se nahradí pomíčkou
(Insert umí přepsat pomíčku)
- je potřeba ale pravidelně přehazovat

Drožite' hashovani':

$$h(x, i) = (f(x) + i \cdot g(x)) \bmod m$$

2 hash fcs

hrozdí, puch mŕtveho dŕva, stŕha,
tŕhŕ se to nesmŕstne

Nicht gel. hiedr.

$h_1 - h_m$ je jeho vyhledávací čas!

$$P_i := \mathbb{P}[\text{prijdem ale spán i přibírách}]$$

$$p_1 = 1$$

$$P_i = 1 \cdot \frac{n}{m} \cdot \frac{n-1}{m-1} \cdot \frac{n-2}{m-1} \cdot \dots \cdot \frac{n-(i-1)}{m-(i-1)} \leq \alpha^{i-1}$$

$$\mathbb{E}[\# \text{mischungscharaktere}] = \sum_{i \in \mathbb{Z}_n} i \cdot \underbrace{P[\text{mischungscharakter } i]}$$

$$= \sum_{j=1}^n P_j(j - (j-1))$$

$$\leq \sum_{j \geq 1} \alpha^{j-1} = \sum_{j \geq 0} \alpha^j = \frac{1}{1-\alpha}$$

Rozděly a panuj!

- Většina je velmi relativní

Merge Sort

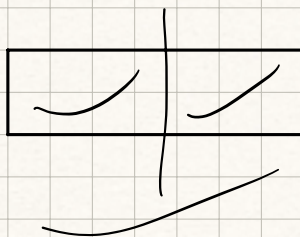
→ Merge $(x_1 - x_a, y_1 - y_b)$ v. case $\Theta(a+b)$

MergeSort $(x_1, \dots, x_n)$: polind $n \leq 1$, return input

$$a_1 - a_{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} \leftarrow \text{MergeSort}(x_1 - x_{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor})$$

← MergeSort ($x_{\lfloor n/2 \rfloor} - x_n$)

Returns Merge ($a_1, \dots, b_1, \dots$)



Amalgam do'iratosi Menga Sorta: (Birin: $n = 2^h$)

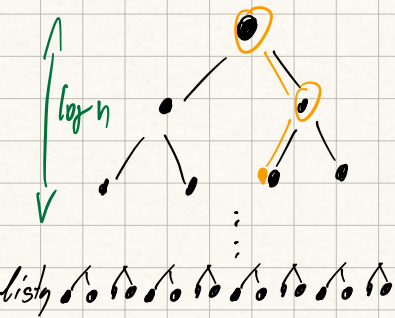
$$T(n) = 2T(n/2) + n$$

;

$$T(1) = 1$$

} rekurentní rovnice

Strom rekurze:



#problémů	Velikost problému	čas hladinu	Paměť
1	n	n	n
2	n/2	n	n/2
4	n/4	n	n/4
2 ⁱ	n/2 ⁱ	n	n/2 ⁱ
1	n	n	1

Celkem $n \cdot \log n$

$$E \leq 2n$$

↓
Identita rekurze:

$$T(n) = 2T(n/2) + n$$

$$T(n) = 4T(n/4) + 2n$$

$$T(n) = 8T(n/8) + 3n$$

$$T(n) = 2^i \cdot T(n/2^i) + i \cdot n$$

Udey jsem napsal na
okrajích podmínky

$$n/2^i = 1 \Rightarrow n = 2^i$$

$$T(1) \text{ pro } n/2^i = 1$$

$$\text{čili } i = \log n$$

$$T(n) = n \cdot T(1) + \log n \cdot n \dots \Theta(n \cdot \log n)$$

A co paměť merge sortu?

✓ Čase počítám jen jednou pro každou
volání, takže paměť můžu rekurzivně

$$M(n) = M(n/2) + n$$

$$M(n) = n + \frac{n}{2} + \frac{n}{4} + \dots \text{ je } \Theta(n)$$