

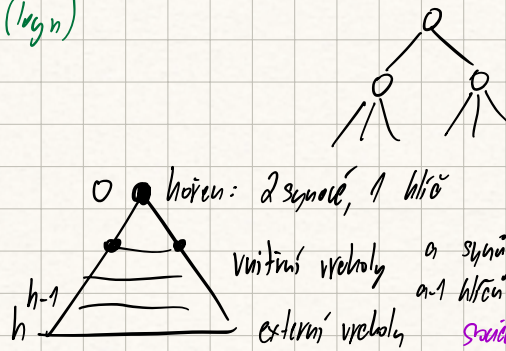
Lemma - (a, b) strom s n hlíčkami má hloubku $\Theta(\log n)$

$m_h := \min \# \text{hlíček ve stromu hloubky } h$

✓ vrchol má min. možný $\#$ synů, tedy i hlíček
 $\#$ vrcholů na hladině?

1
2
 $2a$
 $2a^2$
 $\vdots$
 $2a^{h-1}$

$$m_h = 1 + \sum_{i=1}^{h-1} 2a^{i-1}(a-1) = 1 + 2(a-1) \sum_{j=0}^{h-2} a^j = \frac{a^{h-1} - 1}{a - 1}$$



Suma geometrická
 $\sum_{j=0}^L a^j = \frac{a^{L+1} - 1}{a - 1}$

(Dolní mez)

$M_h := \max \# \text{hlíček ve stromu hloubky } h$

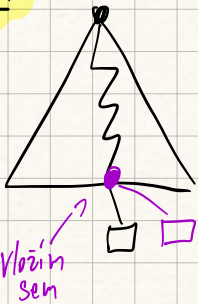
$M_h \sim b^h \Rightarrow \text{min. hloubka taky logaritmicky.}$

(horní mez)

pro maximální hloubku roste logaritmicky!

Find: $O(1)$ na hladině $\Rightarrow \Theta(\log n)$ celkem (Jako BST, jen ve vrcholech může více rozrůst)

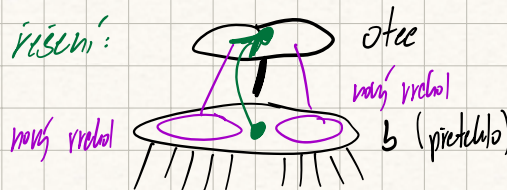
Insert:



Vložíme na nejnižší vnitřní hladinu a ošetříme přetečení (pokud nastalo)

- předtím bylo max. $b-1$ hlíček. $\rightarrow$ nové b .

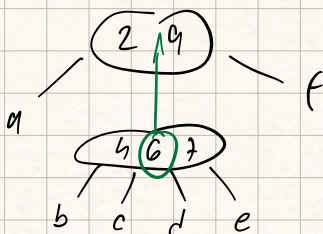
Obecné řešení:



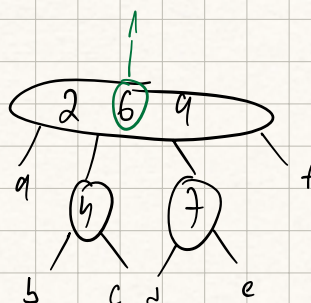
Pokud poté přetече otec, opakuje se u otce

- což může dojít až do kořene, který také rozstřípáme
 - tam z prostředního hlíčka uděláme nový hořec

Ukážeme: $(2, 3)$ strom - 1 až 2 hlíček



$\Rightarrow$



$\Rightarrow \dots$

Potenciální problém: polovina příliš malá

přev. b klíčů, 1 jde do otce

polovina mají $\lfloor (b-1)/2 \rfloor$ a $\lceil (b-1)/2 \rceil$ klíčů

Problém, pokud $\frac{b-1}{2} < a-1$

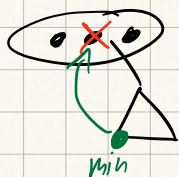
$$b-1 < 2a-2$$

$$b < 2a-1$$

To je ale ve span s definicí, tedy to tam nikdy nedojde

Delate:

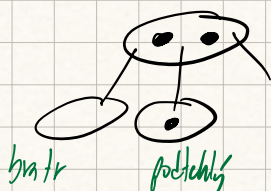
- 2 nejmenší vnitřní hladiny



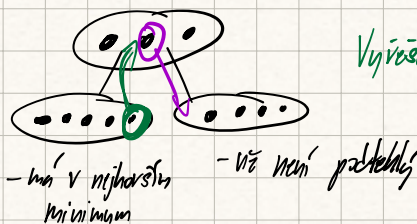
Může se stát podčecem (vnode s $a-2$ klíči)

- skákat vzhůry je potřeba ošetřit

- najít nové levoho/pravocho sourozence
BONO



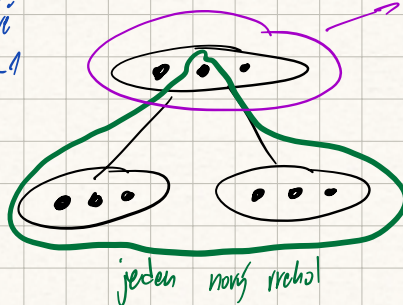
bratr má klíčů $> a-1$
bratr má klíčů $\leq a-1$



Vyřešeno půjčením klíče

- má v nejhorším minimum

- už nemá podčecem



otec mohl podčecem, pak opravuji.

Vyjde to:

$$(a-2) + (a-1) + 1 = 2a-2 \leq b-1$$

Časová složitost: $\Theta(1)$ na hladině, $\Theta(\log n)$ hladin $\Rightarrow$ celkem $\Theta(\log n)$ na operaci.

Volba a, b

Neobtěme $b \gg 2a$, pak to všechno začne trvat hodně dlouho

takže buď $b = 2a-1$ nebo $b = 2a$

Neobtěme velké a , to taky zpravenje. Nejlépe $\left. \begin{matrix} (2,3) \\ (2,4) \end{matrix} \right\}$ To má RAM

$\rightarrow 2a$ to má dle:

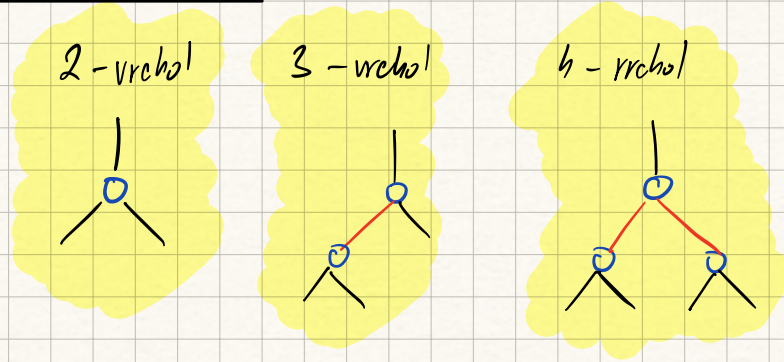
1 blok $\sim$ 1 vrchol (a, b) stran
483 bloky, 483 klíčů, 483 pointerů

(256, 512) - stran:

1 vrchol =
512 pointerů $\times$ 483 = 248
511 klíčů $\times$ 483 = 24

Strom s 3 int. hladinami
má okolo 2^{23} hlásek = 16 M hlásek

Přechod z $(2,h)$ stromu na BST:



Takový přepis
je ve skutečnosti
bijece.

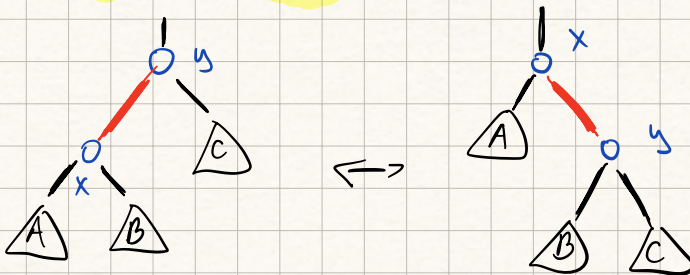
LLRB strom je BST s ext. vrcholy a hranami obarvenými červeně or černě t.j.:

- R axiomy**
- ① Nejsou 2R hrany řádně nad sebou
 - ② Pohyb z vrcholu dolů vede 1R, pak dolů (tobit děln LL (případě RL))
- B axiomy**
- ③ Hraný do listu jsou B
 - ④ Na každé cestě kořen-list je stejný #B hran

Existuje bijekce mezi $(2,h)$ stromy a LLRB (BST) stromy.

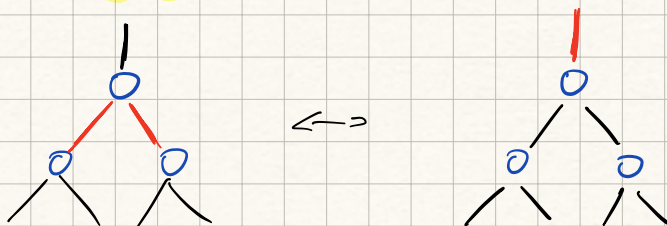
Operace:

Rotace R hrany



☺ zachová B axiomy,
může rozřít R axiomy

Přebarvení h-vrcholu



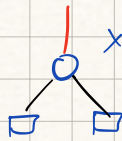
☺ zachová B axiomy,
může rozřít R axiomy

Insert: Směrem dolů přebíráme h-vrcholy

Nahradíme



2n



může rozjet R axiomy

→ zachová B axiomy,
R zase nebité

Směrem nahoru opravujeme R axiomy rotacemi:

Mohli jsme vyrobít:

↳ Opět trvá $\Theta(\log n)$

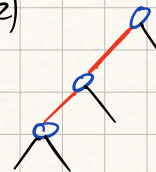
(baví mě je vhodné si promyslet ke vnitřním vrcholům hrany)

1)



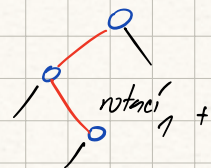
rotací oprávně

2)



rotací

3)



rotací +