

Jméno a příjmení: Mikoláš Fromm, McCool AusPotřebný čas: 90 min1. Pomocí Lagrangeovy interpolace proložte kubický polynom nad tělesem $\mathbb{Z}_5$ body

(4, 0), (1, 4), (2, 4) a (3, 2).

$$a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 = p(x)$$

$$p_1(x) = \frac{(x-2)(x-3)(x-4)}{(1-2)(1-3)(1-4)} = \frac{x^3 - 9x^2 + 26x - 24}{-6 \text{ (4)}} = 4^{-1}x^3 - 4 \cdot 4^{-1}x^2 + 4^{-1}26x - 24 \cdot 4^{-1} = [1]$$

$$p_2(x) = \frac{(x-1)(x-3)(x-4)}{(2-1)(2-3)(2-4)} = \frac{x^3 - 8x^2 + 19x - 12}{2 \text{ (2)}} = 2^{-1}x^3 - 8 \cdot 2^{-1}x^2 + 2^{-1}19x - 12 \cdot 2^{-1} = [2]$$

$$p_3(x) = \frac{(x-1)(x-2)(x-4)}{(3-1)(3-2)(3-4)} = \frac{x^3 - 7x^2 + 14x - 8}{-2 \text{ (3)}} = 3^{-1}x^3 - 7 \cdot 3^{-1}x^2 + 3^{-1}14x - 8 \cdot 3^{-1} = [3]$$

$$p_4(x) = \frac{(x-1)(x-2)(x-3)}{(4-1)(4-2)(4-3)} = \frac{x^3 - 6x^2 + 11x - 6}{6 \text{ (1)}} = x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = [4]$$

$$[1] = 4x^3 + 4x^2 + 4x + 4 \quad / \cdot 4 \quad x^3 + x^2 + x + 1$$

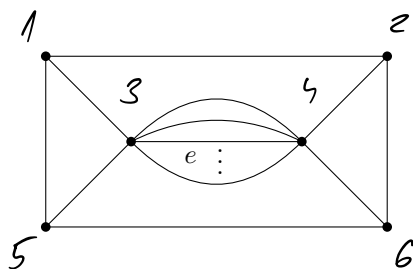
$$[2] = 3x^3 + x^2 + 2x + 4 \quad / \cdot 4 \quad 2x^3 + 4x^2 + 3x + 1$$

$$[3] = 2x^3 + x^2 + 3x + 4 \quad / \cdot 2 \quad 4x^3 + 2x^2 + x + 3$$

~~$$[4] = x^3 + 6x^2 + x + 4 \quad / \cdot 4$$~~

$$2x^3 + 2x^2 = p(x)$$

2. V závislosti na parametru k určete počet koster následujícího multigrafu, kde vyznačená hrana e má násobnost $k \geq 0$:



$$L_G = \begin{array}{cccccc} 3 & -1 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & k+2 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & k+2 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & -1 & 3 \end{array}$$

$$L_G^{3,3} = \begin{vmatrix} 3 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & k+2 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 3 \end{vmatrix} = \dots = \underline{\underline{45k+30}}$$