

Číselné obory:

$\mathbb{N}$ - přirození

$\mathbb{N}_0$ - $\mathbb{N} \cup \{0\}$

$\mathbb{Z}$ - $+/- \mathbb{N}$

$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{k}{n} \mid k \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N} \right\}$

Mohutnost množiny

Množiny mají stejnou mohutnost, pokud mezi nimi existuje bijekce.

Spčetná množina pokud má mohutnost jako $\mathbb{N}$.

Množina reálných čísel je tvořena desítkovým rozvojem $\neq d_0, d_1, d_2, d_3, \dots$

kde $d_0 \in \mathbb{N}_0$ a $d_i \in \{0, 1, 2, \dots, 9\}$ pro $i \in \mathbb{N}$.

Iracionální čísla jsou čísla v $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.

Číslo $\sqrt{2}$ je iracionální.

Hustota racionálních čísel: Pro každé dvě reálná čísla $a, b: a < b$ existuje alespoň jedno racionální $q: a < q < b$

Nespočetnost reálných čísel: Množina reálných čísel je nespočetná.

Tabulka s desítkovým rozvojem. Pak měním čísla na diagonálních indexech konkrétním pravidlem $(9-x)$, takže vytvořím nové číslo, které v mé množině ještě nebylo.

Supremum Necht' M je množina s uspořádáním $\geq$ a $A \subset M$.

A je shora omezená, pokud existuje $m \in M$ taková, že $(m) \geq a : \forall a \in A$
horní záhora množiny A

$m \in M$ je supremum mn. A , pokud m je nejmenší horní záhora A .

$$m = \sup A$$

$m \in M$ je maximum mn. A , pokud $\forall a \in A : m \geq a$

$$m = \max A$$

Infimum

A je zdola omezená, pokud existuje $m \in M$ taková, že $a \geq (m) \forall a \in A$
dolní záhora množiny A

$m \in M$ je infimum mn. A , pokud m je největší dolní záhora A .

$m \in M$ je minimum mn. A , pokud $\forall a \in A : a \geq m$

$$m = \min A$$

Úplnost v $\mathbb{R}$: Každá neprázdná shora omezená podmnožina $\mathbb{R}$ má supremum.

Jedinečnost $\mathbb{R}$: Těleso reálných čísel je jediné uspořádané těleso v $\mathbb{R}$.

Absolutní hodnota: je vzdálenost reálného čísla od nuly.

Metrický prostor je dvojice (M, d) , kde M je množina a $d: M \times M \rightarrow [0, \infty)$ je funkce splývající následující podmínky:

$\forall x, y \in M$:

① $d(x, y) = 0 \iff x = y$

② $d(x, y) = d(y, x)$

③ $d(x, y) \leq d(x, z) + d(z, y) \quad \forall z \in M$ (trojúhelníková nerovnost)

Trojúhelníková nerovnost:

$\forall a, b \in \mathbb{R} : |a+b| \leq |a| + |b|$

Euklidovská metrika v $\mathbb{R}^d$

Vzdálenost mezi body $x, y \in \mathbb{R}^d$, kde $x = (x_1, \dots, x_d)$, $y = (y_1, \dots, y_d)$ je def. jako:

$$\|x - y\| = \sqrt{\sum_{i=1}^d (x_i - y_i)^2}$$

Takže jako pyth.

Bernoulliho nerovnost

$\forall x \in \mathbb{R} : x \geq -1 \text{ a } z \in \mathbb{Z} : z \geq 0 : (1+x)^z \geq 1+zx$

Pro $n=0,1$ triviálně platí.

$n \rightarrow n+1$

$(1+x)^{n+1} = (1+x) \cdot (1+x)^n \geq (1+x) \cdot (1+nx)$

$= 1 + (n+1)x + nx^2 \geq 1 + (n+1)x \quad \boxed{\checkmark}$

Posloupnost s hodnotami v M je zobrazení z $\mathbb{N}$ do M .

Průběhy lineární přirozené číslo je tedy zobrazeno na nějaký prvek $a_n \in M$.

Známe $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, $(a_n) \subset M$ znamená, že
jde o prvky z M .

n -tý prvek posloupnosti

- shora / dolů omezená...
- omezená $\Rightarrow$ shora i dolů
- rostoucí / klesající, nerostoucí / neklesající
- monotonní $\Rightarrow$ nerostoucí + neklesající