Podmínky zápočtu:

10x DÚ po	2b
2x kvíz po	2b
akt.	2b
zápočet	15b
písemka	40
zápočet	30b

<u>Automat</u> $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ $\qquad \delta: Q \times \Sigma \to Q$

↳ tohle je množina přijímajících stavů

<u>Rozšíření</u> δ^* popisuje výsledný stav po přečtení celého slova.

$\delta^*: Q \times \Sigma^* \to Q$, $\lambda \in \Sigma^*$ prázdné slovo je součástí!

$$\delta^*(p, \lambda) = p \quad \forall p \in Q$$

$$\delta^*(p, wx) = \delta(\delta^*(p, w), x) \quad \forall p \in Q, \forall x \in \Sigma, \forall w \in \Sigma^*$$

<u>Jazyk</u> $L(A) = \{w \mid w \in \Sigma^* / \delta^*(q_0, w) \in F\}$

↳ jazyk je množina slov, tedy $\subseteq \Sigma^*$

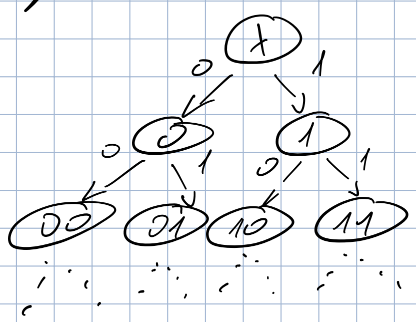
– je regulární, pokud pro něj existuje konečný automat

$\mathcal{F}$:= třída všech jazyků, pro které existuje FA, tedy třída reg. jazyků.

Kdyby Q bylo nekonečné, každý jazyk by byl regulární:

– každý stav může reprezentovat jedno slovo.

– automat lze repr. jako strom, kde vrchol je stav a to reprezentuje, co si automat pamatuje.



↳ z toho je vidět, že každý kon. jazyk je regulární. Stačí vzít tenhle strom a říznout ho v hloubce nejdelšího slova.

Kdyby Σ bylo nekonečné, tak díky konečnosti Q a $\delta: Q \times \Sigma \to Q$ musí některé znaky mít stejnou přechodovou funkci. Tedy třídy ekvivalence, těch je konečně mnoho, pak reprezentují jazyk nad konečnou abecedou a automat rozhodne stejně. Takže to není silnější automat.

Sestrojení automatů

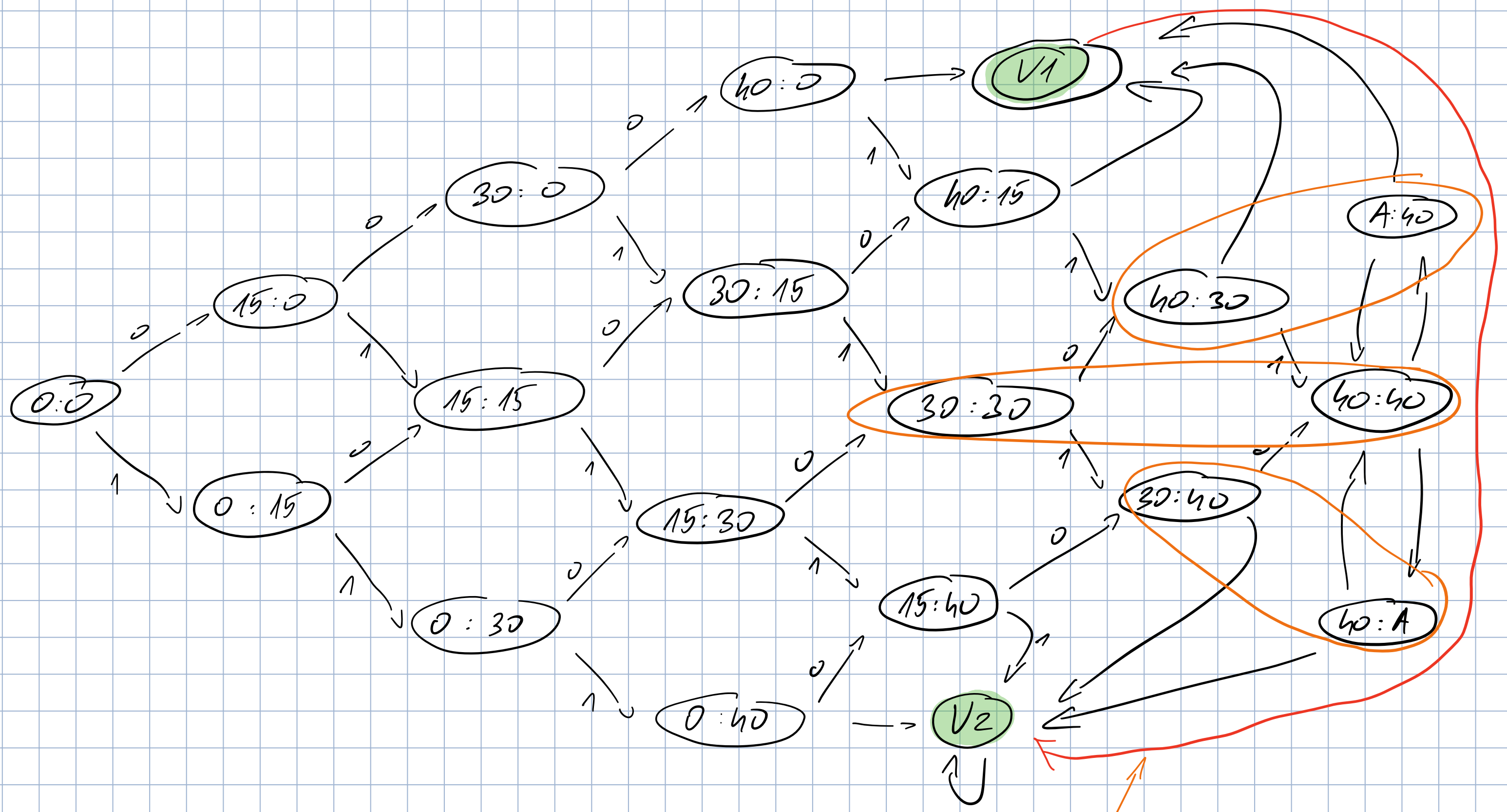
Automat na tennis

$\Sigma = \{$
- 0 ... vyhraný míček hráč 1
- 1 ... vyhraný míček hráč 2

$\}$

Chceme $L(A) = \{ w \in \Sigma^* \mid w$ kóduje vítěznou hru 1. hráče$\}$

Stavy budou skóre:



Lze sloučit, tudíž zjednodušit.

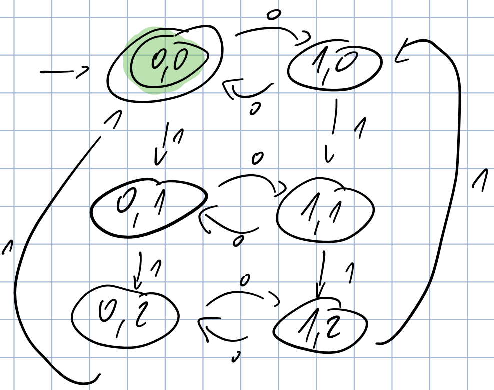
ve chvíli, kdy po výhře existuje další míček, tak to nekóduje přesně vítěznou hru, takže to jde do „pseudo" fail stavu.

Automat pro příjem bin. čísel se sudým počtem nul a počtem jedniček děl. 3mi

$$L = \{ w \in \{0,1\}^* \mid |w|_0 = 2i \text{ a } |w|_1 = 3j \text{ pro } i,j \in \mathbb{N} \}$$

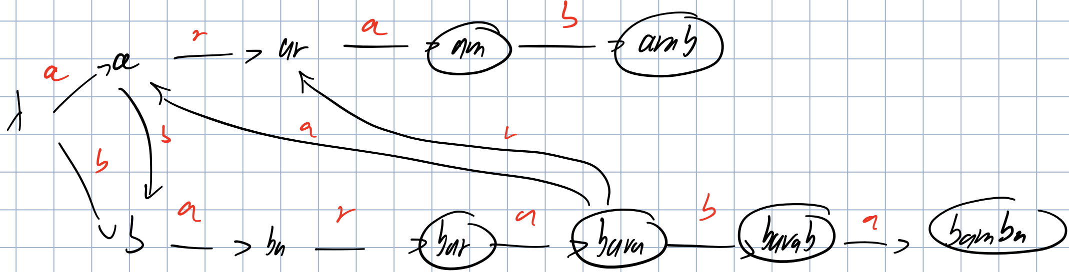
- stav bude dvojice podle aktuální parity („třity")

- lze chápat jako 2 paralelní automaty



Vyhledání suffixu:

$L = \{ w \in \{b,a,r\}^* \mid w$ končí na bar, ara, arab nebo baraba $\}$



Známý příběh z ADS2...

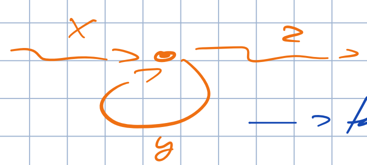
Pumping lemma

→ tedy to je konečný jazyk

$L \in \mathcal{F} \Rightarrow \exists n \ \forall w \in L, |w| \ge n$ lze $w = xyz$ t.ž.

1) $y \neq \lambda$
2) $|xy| \le n$
3) $xy^kz \in L \quad \forall k \in \mathbb{N}$

- pokud mám konečný automat, tak se nějaký stav opakuje.



→ tak tohle můžu vypouštět / nafukovat

$L = \{0^i 1^j \mid i \geq j\}$ → zde budeme vyfukovat $(k=0)$

Mějme $w = 0^n 1^n$. Pak díky $|xy| \leq n$ platí že $y = 0^\ell$, $0 < \ell \leq n$

Potom pro $k=0$ dostaneme pro $xy^0z = 0^{n-\ell}1^n \notin L$.

$L = \{0^i 1^j \mid i \leq j\}$ – stejné jako předtím, jen tentokrát budeme pumpovat.

$L = \{0^i 1^j \mid i \leq j \leq k\}$ pro pevné k. Mám tedy jen konečně mnoho slov, tedy bude existovat i konečný automat

→ zde myslíme slovo

DÚ: $\{ww \mid w \in \{0,1\}^*\}$

→ zde myslíme písmeno

$\{a^{2n} \mid n \in \mathbb{N}\}$

$\{a^{n^2} \mid n \in \mathbb{N}\}$

$\{a^{2^n} \mid n \in \mathbb{N}\}$

→ tedy sestr. FA

Ukažte, že jsou reg., jinak pomocí pumping lemmatu dokažte opak.

DÚ: řešení:

× 1) Jazyk je tvořen pouze dvojicí ww, tedy všechna slova jazyka mají sudou délku.
Díky lib. volbě je zaručené opakování celého slova minimálně jako w/w.
Nechť z pumping lemmatu je $n = |ww|$, $x = w$, $y = w$. Pak pro
každé sudé k platí 3. podmínka pumping lemmatu: $xy^kz \in L$, jelikož → pro |w| liché
to bude ve tvaru $w(ww)^iw$, avšak pro liché k bude ve tvaru $w(ww)^i$,
tedy 3. podmínka neplatí. Speciálně pro $k=0$ neplatí: $ww \in L \Rightarrow w \in L$
Tedy nejde o regulární jazyk.

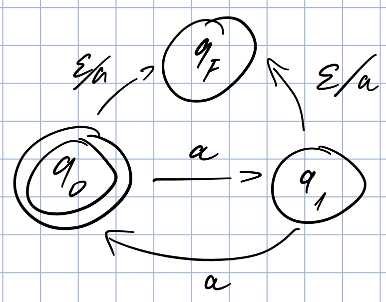
✓ 2) $a^{2n} \mid n \in \mathbb{N}$

↳ tedy jazyk obsahuje sudopočetné slova stejného znaku.

$L = \{\lambda, \underset{a^2}{aa}, \underset{a^4}{aaaa}, \underset{a^6}{aaaaaa}, \underset{a^8}{aaaaaaaa}, \dots\}$

Nechť z pumping lemmatu $n = 2$, $x = \lambda$, $y =$ „aa"
Pak $w = xy^kz$, $k \in \mathbb{N}$, tedy $w = (aa)^k \in L$, což platí tk.

A:



→ Fail stav pro přečtení znaku != „a"

→ přijme každé slovo, co má sudý počet „a".

× 3) $a^{n^2} \mid n \in \mathbb{N}$

$L = \{\lambda, a, aaaa, aaaaaaaaa, \dots\}$ → $w = x y^k z$

Z pumping lemmatu lze vytvořit všechny k-tice lib. n-tice, → výběr n z lemma
tedy $(a^n)^k$, kdy $1 \le n \le$ „n". Potom ale vždy existuje i, k t.ž.

$|a^{i^2}| < |(a^n)^k| < |a^{(i+1)^2}|$, kde ale $a^{i^2}, a^{(i+1)^2}$ jsou si nejbližší slova, co z definice $\in L$. Tedy pak slovo $(a^n)^k \notin L$.

Tedy nejde o reg. jazyk.

Například pro $n=2$, $i=2$, $k=3$:

$a^{i^2} = aaaa \in L$

$(a^n)^k = aaaaaa \notin L$

$a^{(i+1)^2} = aaaaaaaaa \in L$

× 4) $a^{2^n} / n \in \mathbb{N}$ $L = \{ a, aa, aaaa, aaaaaaaa, \ldots \}$

Použiji stejný argument jako v příkladě 3. Mějme z pumping lemma, kde $n = 2$, $x = \lambda$, $y = aa$, $w = xy^kz$. Jelikož $L = \{a^{2^n} / n \in \mathbb{N}\}$, existuje dvojice slov $\in L$, kterým „mezi sebou", co se do délky slov týče, nemají jiný prvek. Z pumping lemma ale platí $w = xy^kz$ $\forall k$, tedy i speciálně pro k t.ž. $|a^{2^i}| < |(a^n)^k| < |a^{2^{(i+1)}}|$, tedy opět nejde o reg. jazyk.

Například:

$n = 2$, $y =$ „aa", $i = 2$, $k = 3$

$a^{2^i} = aaaa \quad \rightarrow 4 \in L$

$(a^n)^k = aaaaaa \quad \rightarrow 6 \notin L$

$a^{2^{(i+1)}} = aaaaaaaa \quad \rightarrow 8 \in L$