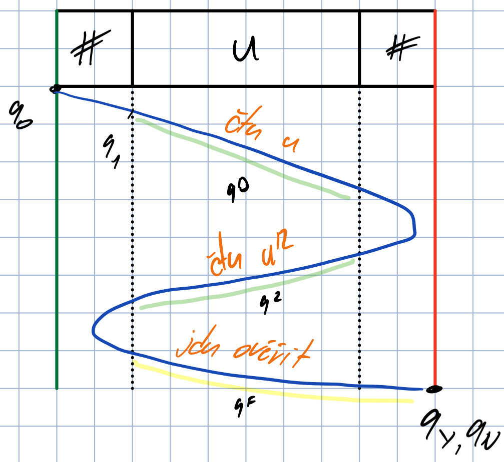
Mějme M rozpoznávaný konečným automatem A, $\#$ symbol mimo jeho abecedu.
Sestrojte dvoucestný konečný automat rozpoznávající jazyk:

$$L : \{\#u\# \mid uu^R \in M\}$$

Náčrtek čtení slova uu^R



Pro $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ automat mějme 2-KA
$B = (Q_0 \cup Q_2 \cup Q_F \cup \{q_0, q_N, q_Y\}, \Sigma \cup \{\#\}, \delta', q_0, \{q_Y\})$,
kde $Q_0 \subseteq Q$ jsou stavy, ve kterých bych prošel při čtení u ze slova uu^R v A,
$Q_2 \subseteq Q$ jsou stavy, ve kterých bych prošel při čtení u^R ze slova uu^R v A,
$Q_F \approx Q_0$ je kopie, q_0 nový výchozí stav, q_N nepřijímající stav,
q_Y přijímající stav, δ' nová přechodová funkce definovaná následovně:

Obecně: $q_N, +1$ je ukončující stav, protože se dostanu za $\#$ a tam z definice výpočet končí

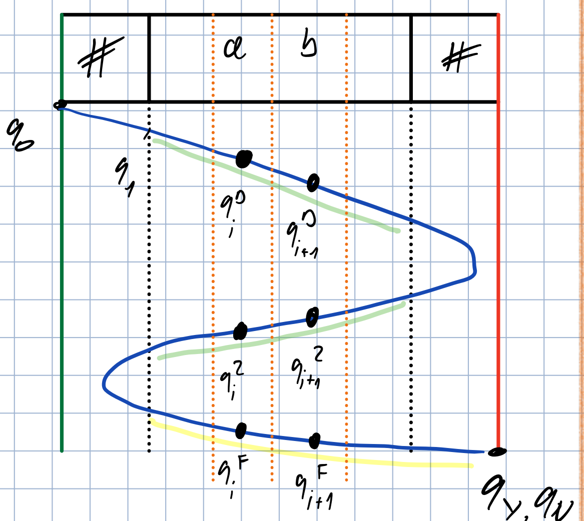
čtený znak

δ' (aktuální stav)	$x \in \Sigma$	$\#$		
q_0	$q_N, +1$	$q_1, +1$		
q_i^0	$p_i^0, +1$	$q_i^2, -1$ obrat	kde $q_i^0, p_i^0 \in Q_0$, $p_i^0 = \delta(q_i^0, x)$, $q_i^2 \in Q^2$	u →
q_i^2	$p_i^2, -1$	$q_i^F, +1$ obrat	kde $q_i^2, p_i^2 \in Q_2$, $p_i^2 = \delta(q_i^2, x)$, $q_i^F \in Q^F$	u^R ←
q_i^F	$q_i^F, +1$	$q_N, +1$	pokud $q_i^F \notin F$	propagace odmítnutí →
q_i^F	$q_i^F, +1$	$q_Y, +1$	pokud $q_i^F \in F$	propagace přijmutí →
q_N	$q_N, +1$	$q_N, +1$		pojistka proti overflow →
q_Y	$q_N, +1$	$q_N, +1$		

- Čtení části u ze slova uu^R. Využívání δ z A, hlava jde doprava
- čtení části u^R ze slova uu^R. Využívání opět δ z A, hlava jde doleva
- Potenciálně jsem už přečetl uu^R, pamatuji si tedy stav, kde jsem vlevo skončil a jdu doprava s hlavou, než přečtu vpravo $\#$, abych mohl validně automat ukončit, s tím, že rozhodnutí o přijmutí se děje právě na konci vpravo.
- propagace (ne)přijmutí slova do konce běhu nebo pokud chci přijmout, ale ještě nejsem na konci, nepřijímám.

Převod z 2-cestného na 1-cestný

Uvažme ještě jednou průchod 2-KA:



tato trojice tvoří jeden stav v automatu C.

→ pro ilustraci

speciálně dva znaky $a, b \in w^2$, které ve slově w na sebe navazují.

Hledaný jednosměrný automat $C = (Q_C, \Sigma, \delta^C, (q_0), (q_Y))$ je t.ž.

Q_C je tvořeno uspořádanými k-ticemi $(q_i^0, q_i^2, q_i^F) \in Q_C$, kde $q_i^0 \in Q_0$, $q_i^2 \in Q_2$, $q_i^F \in Q_F$ z první části příkladu, tedy odpovídají vertikálním řezu automatu, viz. obrázek vlevo.

Zároveň do Q_C patří i (q_0) a (q_Y) jako výchozí a přijímající, resp. i (q_N) nepřijímající stavy.

Σ je shodná s původním automatem

δ^C je definována následovně:

a) $\delta^C((q_i^0, q_i^2, q_i^F), \underbrace{x}_{\forall x \in \Sigma \setminus \{\#\}}) = (q_{i+1}^0, q_{i+1}^2, q_{i+1}^F)$ pokud:

$\delta(q_i^0, x) = q_{i+1}^0$ → cesta doprava ve 2-KA

$q_i^2 = \delta(q_{i+1}^2, x)$ → cesta doleva ve 2-KA

$q_i^F = q_{i+1}^F$ → cesta doprava k validaci, zachování stejný stav, aby bylo možné na konci u „#" zvalidovat

Pokud by byl původní automat A nedeterministický, místo „=" potřeba použít „$\in$".

$\delta^C((q_i^0, q_i^2, q_i^F), \#) = (q_N)$ pokud $q_i^F \notin F$

$\delta^C((q_i^0, q_i^2, q_i^F), \#) = (q_Y)$ pokud $q_i^F \in F$

kde F je z původního automatu. } validace

$\delta^C((q_i^0, q_i^2, q_N), \#) = (q_N)$ } konzistence failstavu

(q_N) je univerzální fail stav

(q_Y) je přijímající stav

(q_0) je výchozí stav

b) $\delta^C((q_0), \#) = (q_1^0, q_1^2, q_1^F)$ → tedy hodnoty z prvního řezu

$\delta^C((q_0), x) = (q_1^0, q_1^2, q_N)$ $\forall x \in \Sigma \setminus \{\#\}$

$q_1^0 \in Q_0$, $q_1^2 \in Q_2$ ⟷ automatické nepřijmutí

c) $\delta^C((q^0, q^2, q_N), \overbrace{x}^{\forall x \in \Sigma}) = (q_N)$

$\forall q^0 \in Q_0, \forall q^2 \in Q_2$

$\delta^C(q_N, x) = (q_N) : \forall x \in \Sigma$

– tedy jednosměrný (dovnitř) failstav