

a) Máme pravidla $S \rightarrow \lambda$
 $S \rightarrow aabS$
 $S \rightarrow aaSb$

$\vdots \rightarrow$ a všechny další permutace

Rozhodněte, zda-li gramatika generuje jazyk $L = \{w \in \{0,1\}^* \mid |w|_a = 2|w|_b\}$

Hypotéza: gramatika generuje celý jazyk.

Myšlenka: Jelikož máme všechny pravidla (ať už $S \rightarrow \lambda$) sudou délkou na první straně, nebo symbol „S“ vložit do středu tak, aby byl zápis symetrický. Čili v některých případech nebo „obhlédnout“ oba konce.

Důkaz: Máme slovo „aaabbbbaaa“. Takové slovo zřejmě $\in L$.

V takovém slově mohly být pouze červené čísla jako výsledky finální substituce. Tedy jím uvěřit předchozí slovo:

aaSbbaaa nebo aaabbbSa. Avšak obě tyto slova mají také jen jednoho předchůdce a to aaSbSa.

Takové slovo aaSbSa však nelze gramaticky generovat.

Tudíž jsem našel slovo, co patří do jazyka, ale není slovem gramatiky.

Tedy tvrzení neplatí.

b) Mějme $L = \{a^{2^i} \mid i \in \mathbb{N}\}$. Nalezněte grammatiku (co nejzjednodušeno typem) pro zadaný jazyk.

$\hookrightarrow L = \{a, aa, aaaa, \dots\}$

Pravidla grammatiky:

$S \rightarrow EPAE$	$EL \rightarrow EP$
$PA \rightarrow BBP$	$EPA \rightarrow a$
$PE \rightarrow LE$	$aA \rightarrow aa$
$BL \rightarrow LA$	$aE \rightarrow a$

Ukážeme pro $i=2$:

$S \rightarrow EPAE \rightarrow EBBPE \rightarrow EBBLE \rightarrow EBLAE \rightarrow ELAAE$

$\hookrightarrow EPAAE \rightarrow EBBPAE \rightarrow EBBBPE \rightarrow EBBBLE$

$\hookrightarrow EBBBLAE \rightarrow EBBLAAE \rightarrow EBLAAAE \rightarrow ELAAAAE \rightarrow EPAAAAE$

$\hookrightarrow aAAAE \rightarrow aaAAE \rightarrow aaaaE \rightarrow \underline{aaaa}$

Popis:

nereterminální E mi vymezují začátek a konec slova.

Zdvojnásobit počet terminálů můžu pouze pokud před znakem A je přechod P , který probublává dopředu. Tedy jindy než jednou ze probublání znak nedojím, zároveň bez přechodu tak nedojím.

Jakmile probublám P na konec, musím se zpět a probublám znak L , se kterým zase zpět můjím B na A . Jakmile jsem opět na začátku, můžu si vybrat, jestli chci přejít na nereterminální nebo pokračovat ve zdvojnásobení. Důležité je, že to lze rozhodnout vždy jen jednou úplně vlevo a pak se podle toho pohnou další celá „cyklová“.