

3) A, B nezávislé $\Rightarrow A, B^c$ nezávislé, A^c, B^c nezávislé.

a) mohou být jen A, B nezávislé a zároveň disjunktní

b) mohou být jen A, B nezávislé a zároveň $A \subseteq B$?

$$a) := A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cap B) = 0$$

$\hookrightarrow$ takže aby byly nezávislé, musí být alespoň 1 rovná „0“.

b) Pokud A_1, A_2 nez. $A_1 \subseteq A_2$, pak $\bigcap_{i=1}^n A_i = A_1$

$$P(A_1) = P(A_1) \cdot P(A_2) \Rightarrow P(A_2) = 1 \Rightarrow A_2 = \Omega$$

c) A, B nezávislé. ?

a) A, B^c ?

b) A^c, B^c ?

$$a) P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$P(A \cap B^c) \stackrel{?}{=} P(A) \cdot P(B^c)$$

$$P(A \cap B^c) \stackrel{?}{=} P(A) \cdot (1 - P(B))$$

$$\stackrel{?}{=} P(A) - P(A) \cdot P(B)$$

4) Najděte jen A, B, C (nad lib. pst. prostorem), které jsou: → Uniform dist., cube

a) nezávislé

b) nejsou po dvou nezávislé, ale $P(A \cap B \cap C) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C)$

c) jsou po dvou závislé, ale $P(A \cap B \cap C) \neq P(A) \cdot P(B) \cdot P(C)$

$$\begin{array}{c} 0/1 \\ / \quad | \quad | \\ x \quad y \quad z \end{array} \quad a) \quad \Omega = \mathcal{L}^3 \quad \frac{1}{2^3} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2^3}$$

b) Hod minci:

$$A = \{0\}, B = \{P\}, C = \emptyset$$

A, B jsou závislé:

$$P(A \cap B) = 0 \neq \frac{1}{4} = P(A) \cdot P(B)$$

$$A, B, C \text{ jsou nezávislé} \quad P(A \cap B \cap C) = 0 = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 0.$$

c) $\Omega = \{1, 4\}, A = \{1, 2\}, B = \{2, 3\}, C = \{3, 4\}$

$$P(A \cap B) = P(\{2\}) = \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$P(A \cap B \cap C) = P(\emptyset) = 0 \neq \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

5) Ověřte, že ind. náh. veličina splňuje podmínky náh. veličiny

6) $\Omega = \{1, 6\}, \mathcal{F} = \{\emptyset, \{2, 4, 6\}, \{1, 3, 5\}, \Omega\}$.

Definujeme: a) $X(\omega) = \omega$ —> vyjádření pro hodiny X , zde však pouze pro 1-6

b) $Y(\omega) = 1$, pokud ω sudé, jinak $Y(\omega) = 0$

7) a) $\left(\frac{9}{10}\right)^4$

b) $P_X(x) \sim Geo$

c) $\left(1 - \frac{1}{10}\right)^5$

8) $9/10$