**1)**

a) $P(X \in (0,1]) = F_X(1) - F_X(0)$ → nevíme, jestli je spojitá

b) $P(X > 0) = 1 - F_X(0)$ → klasický doplňkový jev

c) $P(X < 0) = F_X(0) - P(X=0)$

d) $P(X \in [0,1]) = F_X(1) - F_X(0) + P(X=0)$

stejný princip

**2)**

a) $P(X \in (0,1]) = \int_0^1 f_X(t)\,dt$

b) $P(X > 0) = \int_0^\infty f_X(t)\,dt$

c) $P(X < 0) = \int_{-\infty}^0 f_X(t)\,dt$

d) = a)

**3)** Nechť $X$ je spoj. n.v.

a) $F_{-X}(x) = P(-X \leq x) = P(X \geq -x) = 1 - F_X(-x)$

b) $X^+ = \max(0, X)$

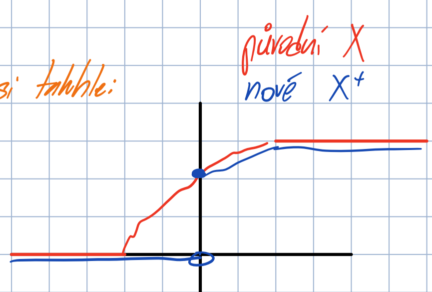
$x < 0: \quad F_{X^+}(x) = P(X^+ \leq x) = 0$

$x = 0: \quad F_{X^+}(0) = P(X^+ = 0)$

$x > 0: \quad F_{X^+}(x) = P(X^+ \leq x) = P(X \leq x) = F_X(x)$

$$F_{X^+}(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ F_X(x) & x \geq 0 \end{cases}$$

Bude to vypadat asi takhle:



d) $|X| = X^+ + X^-$

$$F_{|X|}(x) = P(|X| \le x) = P(-x \le X \le x) = F_X(x) - F_X(-x)$$

↳ to, co je pod $x$, a odečíst to, co je pod $-x$.

4) $X$ spoj. n.v. s hustotou $f_X(t) = 1/t^2 : t \ge 1$, $f_X(t) = 0$ jinak

a) Ověřte, že se jedná o hustotu.

– integrace přes $\mathbb{R}$ musí dát 1

$$\int_{\mathbb{R}} f_X(t)\,dt = \underbrace{0}_{\substack{f_X(t)=0 \\ \text{pro } t<1}} + \int_1^\infty f_X(t)\,dt = \int_1^\infty \frac{dt}{t^2} = \left[-\frac{1}{t}\right]_1^\infty = 0-(-1) = 1$$

$\lim_{t\to\infty} \frac{1}{t} = 0$

b) Určete $E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f_X(x)\,dx = \int_1^\infty x \cdot f_X(x)\,dx = \int_1^\infty \frac{1}{x}\,dx =$

$[\log|x|]_1^\infty = +\infty$, tedy nekonverguje, tím pádem $E(X)$ není definovaná.

c) Spočtěte distr. funkci;

$$F_X(x) = \begin{cases} \int_{-\infty}^{x} f_X(t)\,dt = \int_1^x \frac{dt}{t^2} = 1 - \frac{1}{x} & \text{pro } x \ge 1 \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$

d) Určete $P(2 \le X \le 3) = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3-2}{6} = \boxed{\frac{1}{6}}$

e) $Y = 1/X$. Jaká je dist. funkce n.v. $Y$. → bude nabývat hodnot $1/x$, $x$ nabývá $1$ až $\infty$, tedy $Y$ bude od $0$ do $1$.

$$P(1/X \le y) = P(1/y \le X) = 1 - F_X\left(\frac{1}{y}\right) = y$$

$$1 - \left(1 - \frac{1}{\frac{1}{y}}\right) = 0 + y = y$$

f) Rozdělení: uniformní na intervalu $[0,1]$