

1) $t = \text{uniformní náhodný čas } (0:00 - 24:00)$

každou celou (9:00 - 23:00) se objevuje na orloji 12 apostolů

a) Jaká je pravděpodobnost, že pan Chung uvidí apostoly, aniž by čekal více jak 15 min.

b) -/- když přijde mezi (12:00 - 24:00)

$$9-23 = 15 \times 30 = 450 \text{ min cel}$$
$$24 \times 60 = 1440 \text{ min celkem}$$

$$a) \frac{225}{1440} = 0,15625$$

$$b) \frac{165}{720} = 0,229$$

2) U přístavní přepážky trvá vyřízení zahraničního čas, který má exponenciální rozdělení a střední hodnota 4 minuty.

a) Jaký je parametr λ , jaká je dist. fce?

$$E(X) = \frac{1}{\lambda} \quad h = \frac{1}{\lambda} \quad \rightarrow \quad \lambda = \frac{1}{h}$$

$$F_X(x) = 1 - e^{-\frac{1}{h}x}$$

b) Jaká je pravděpodobnost, že budeme čekat více jak 4 minuty?

$$1 - F_X(4) = e^{-1} = 0,3678$$

c) Jaká je pravděpodobnost, že budeme čekat mezi 3 a 5

$$F_X(5) - F_X(3) = -e^{-\frac{5}{4}} + e^{-\frac{3}{4}} = 0,18586$$

3) n.v. X „nemá paměť“ pokud $P(X > s+t | X \geq s) = P(X > t)$

pro $x, t \geq 0$. Jinými slovy, data, co už jsme očekali, nemá vliv na to, jak dlouho čekat budeme. Ukážete, že ani exponenciální nemá paměť:

$$B \quad P(X \geq s) = 1 - (F_X(s) - P(X=s)) = 1 - F_X(s) + P(X=s)$$

$$A \quad P(X > s+t) = 1 - F_X(s+t) = 1 - F_X(s+t) \quad \quad 1 - e^{-\lambda s}$$

$P(A|B)$

$$\parallel \frac{P(X > s+t)}{P(X \geq s)} \stackrel{?}{=} P(X > t)$$

$$P(X > s+t) \stackrel{?}{=} P(X > t) \cdot P(X \geq s)$$

$$e^{-\lambda \cdot (s+t)} = e^{-\lambda \cdot (t)} \cdot \left(e^{-\lambda s} + P(X=s) \right)$$

$$e^{-\lambda \cdot (s+t)} = e^{-\lambda \cdot t} \cdot e^{-\lambda \cdot s} \quad \boxed{\times}$$

h) Oba ústní zhotovitelé má exponenciální rozdělení se střední hodnotou 20 min.
Objednání Adam 10:00, Eva na 10:20.

a) Jaká je pravděpodobnost, že Adam skončí před Evou?

b) Jaká je střední hodnota času, co Eva bude čekat na Adama.

c) Jaká je střední doba času, kdy bude Eva vyvoláno.

$$X \sim \text{Exp}(\lambda), E(X) = 20 \text{ min} \quad \lambda = \frac{1}{20}$$

$$a) F_X(20) - P(X=20) = F_X(20) - 0 = F_X(20) = 1 - e^{-1} = 0,63212$$

$$b) \int_{20}^{\infty} t \cdot f_X(t) dt = \int_{20}^{\infty} t \cdot \lambda \cdot e^{-\lambda t} dt = \lambda \cdot \frac{e^{-1} \cdot 2}{\frac{1}{400}} = 16,715 \text{ min}$$