

$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots) \leq \sum P(A_i)$, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ Rozdělení ~ psí. fce

$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$, $P(A_1 \cap A_2 \cap \dots) = P(A_1) \cdot P(A_2|A_1) \cdot P(A_3|A_1 \cap A_2) \dots$

$P(A) = \sum_i P(B_i) \cdot P(A|B_i)$, $P(B_j|A) = \frac{P(B_j) \cdot P(A|B_j)}{\sum_i P(B_i) \cdot P(A|B_i)} = \frac{P(B_j \cap A)}{P(A)}$, pokud B_i jsou vzájemně

A, B nezávislé, pokud $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$, Pravidlo pravděpodobnosti fce $P_X(x) = P(X=x)$, $\sum_x P_X(x) = 1$

$EX = \sum_x x \cdot P(X=x)$, $E(g(X)) = \sum_x g(x) P(X=x)$, $EX \geq 0 \Rightarrow P(X \geq 0) > 0$, $P(X \geq 0) = 1 \Rightarrow EX \geq 0$

$E(aX+b) = a \cdot EX + b$, $E(X+Y) = EX + EY$, $E(X|B) = \sum_x x \cdot P(X=x|B)$, $EX = \sum_i P(B_i) \cdot E(X|B_i)$, $EX = \sum_n P(X > n)$

$Var(X) = E((X-EX)^2)$, $\sigma_X = \sqrt{Var(X)}$ - směrodatná odchylka, $P(X=EX) = 1 \Rightarrow Var(X) = 0$

$Var(X) = E(X^2) - (EX)^2 = E(X(X-1)) + EX - (EX)^2$, $Var(aX+b) = a^2 Var(X)$

Bern. rozdělení: $X \sim \text{Bern}(p)$: $P_X(1) = p$, $P_X(0) = 1-p$, $EX = p$, $Var(X) = p \cdot (1-p)$, $I_i \sim \text{Bern}(P(A))$, indikátor jest

Geom. rozdělení: $X \sim \text{Geom}(p)$: $P_X(k) = (1-p)^{k-1} \cdot p$, $k=1,2,\dots$, $EX = 1/p$, $Var(X) = \frac{1-p}{p^2}$, "kolikrát jsem se trefil"

Binom. rozdělení: $X \sim \text{Bin}(n, p)$: $P_X(k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$, $EX = \sum_i E(X_i) = np$, $Var(X) = \sum_i Var(X_i) = np \cdot (1-p)$: $X_i \sim \text{Bern}(p)$
"počet trefení při n hodcích"

Hypergeom. rozdělení: $X \sim \text{Hyper}(N, K, n)$: $P_X(k) = \frac{\binom{K}{k} \cdot \binom{N-K}{n-k}}{\binom{N}{n}}$, $EX = n \cdot \frac{K}{N}$, $Var(X) = n \cdot \frac{K}{N} \cdot (1 - \frac{K}{N}) \cdot \frac{N-n}{N-1}$
"N míčů, K červených, vytáhnu n, nevraťm, kolik mám červených"

Poissonovo rozd.: $X \sim \text{Pois}(\lambda)$: $P_X(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$, $EX = \lambda$, $Var(X) = \lambda$ "počet chvilových mluh, když λ je očekávaný počet"

Paradigma: $A_1, A_2, \dots$ jsou nezávislé: $\sum_i I_{A_i} \sim \text{Pois}(\lambda)$, $P(A_i) = p_i$, $\sum_i p_i = \lambda$ poukazuje na nezávislé: $P(X=x) \cdot P(Y=2-x)$

X, Y d.n.v.: $P_X(x) = P(X=x) = \sum_y P(X=x \wedge Y=y) = \sum_y P_{X,Y}(x,y)$, stejně pro y . $\hookrightarrow 2=x+y$: $P(2=z) = \sum_x P(X=x \wedge Y=2-x)$

X, Y d.n.v. nezávislé pokud: $P(X=x \wedge Y=y) = P(X=x) \cdot P(Y=y)$, $Z = g(X,Y) \rightarrow p_z = P(Z=z) = \sum_{x,y: g(x,y)=z} P(X=x \wedge Y=y)$

$E(aX+bY) = a \cdot EX + b \cdot EY$, $E(XY) = EX \cdot EY$

$cov(X,Y) = E((X-EX) \cdot (Y-EY)) = E(XY) - EX \cdot EY$ $var(X) = cov(X,X)$, $cov(X, aY+bZ+c) = a \cdot cov(X,Y) + b \cdot cov(X,Z)$

X, Y nezávislé $\Rightarrow cov(X,Y) = 0$, kderce $cov(X,X) = \frac{var(X)}{1}$

$X = \sum_i X_i \Rightarrow var(X) = \sum_i \sum_j cov(X_i, X_j) = \sum_i var(X_i) + \sum_{i \neq j} cov(X_i, X_j)$, speciálně pro $X_1, \dots, X_n$ nez.: $var(X) = \sum_i var(X_i)$

Podmíněné rozdělení: $P_{X|Y}(x|y) = P(X=x|Y=y)$, $\frac{P_{X,Y}(x,y)}{P_Y(y)} = \frac{P_{Y,X}(y,x)}{\sum_x P_{Y,X}(y,x)}$

Spojité m.h. vol: Distribuční fce: $F_X(x) = P(X \leq x)$, nek., $\lim_{x \rightarrow -\infty} = 0$, $\lim_{x \rightarrow \infty} = 1$, $F_X(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f_X(t) dt := f_X(t)$ je hustota
 $P(X=x) = 0$, $P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f_X(t) dt$
 $EX = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f_X(x) dx$, platí lineárně, $var(X) = E((X-EX)^2) = \int_{-\infty}^{\infty} (x-EX)^2 f_X(x) dx = E(X^2) - (EX)^2$, $E(X^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f_X(x) dx$

Uniformní rozd.: $X \sim U(a,b)$ pokud $f_X(x) = 1/(b-a)$, $F_X(x) = (x-a)/(b-a)$, $EX = (a+b)/2$, $Var(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$

Exponenciální rozd.: $F_X(x) = 1 - e^{-\lambda x}$ $x \geq 0$, jinak 0, $f_X(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ $x \geq 0$, jinak 0, F_X : , f_X : "čas před příchodem něčeho k vám"

Normální rozdělení: $X \sim N(0,1)$: $f_X(x) = \varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-x^2/2}$, $F_X(x) = \Phi = \varphi^{-1}$, $P_n X \sim N(q,1)$: $EX=0$, $Var(X)=1$, F_X : , f_X :

$X \sim N(\mu, \sigma^2)$ pokud $Z = \frac{X-\mu}{\sigma} \sim N(0,1) \rightarrow f_X = \frac{1}{\sigma} \varphi(\frac{x-\mu}{\sigma})$, $EX = \mu$, $Var(X) = \sigma^2$, součet nar. roz. je nar. roz.

Schönf. distr. fce: $F_{X,Y}(x,y) = P(X \leq x \cap Y \leq y) = \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^y f_{X,Y}(x,y) dy dx$, $f_{X,Y}(x,y) = \frac{\partial^2 F_{X,Y}(x,y)}{\partial x \partial y}$

Necor. spoj. vel.: $F_{X,Y}(x,y) = F_X(x) \cdot F_Y(y) = P(X \leq x \cap Y \leq y) = P(X \leq x) \cdot P(Y \leq y)$, $f_{X,Y}(x,y) = f_X(x) \cdot f_Y(y)$

Convolute: X, Y spojité n.n.v. $Z = X + Y$ je taky spoj. n.v. $f_Z(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f_X(x) \cdot f_Y(z-x) dx$

Podmíněná distr. fce: $F_{X|B}(x) := P(X \leq x | B)$, $f_{X|B}(x) = \frac{f_X(x)}{P(X \in S)}$, pokud $x \in S$, pro $B = \{X \in S\} := \{\omega \in \Omega: X(\omega) \in S\}$

$F_X(x) = \sum_i P(B_i) F_{X|B_i}(x)$, $f_X(x) = \sum_i P(B_i) \cdot f_{X|B_i}(x)$, $f_X(x) = \int_{y \in \mathbb{R}} f_{X,Y}(x,y) dy$, obdobně pro y .

$f_{X|Y}(x|y) = \frac{f_{X,Y}(x,y)}{f_Y(y)}$, $E(X|B) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f_{X|B}(x) dx$, pokud $B_1, \dots, B_n$ rozklad, pak $EX = \sum_i E(X|B_i) \cdot P(B_i)$

Nepravost: $X \geq 0$, $a > 0$: $P(X \geq a) \leq \frac{EX}{a}$, pokud $a = b \cdot EX \rightarrow P(X \geq b \cdot EX) \leq \frac{1}{b}$

Quantilová fce: $Q_X(p) := \min \{x \in \mathbb{R}: p \leq F_X(x)\}$, $Q_X = F_X^{-1}$, pokud F_X spoj.

$Q_X(p) \leq x \Leftrightarrow p \leq F_X(x) \rightarrow$ první kvantil je hodnota $q = Q_X(1/n)$, že $1/n$ hodnota je $\leq q$
($P(X \leq q) \leq 1/n$)