

Převod mezi SAT $\rightarrow$ 3-SAT: $\boxed{\times}$

klauzule $(l_1 \vee l_2 \vee \dots \vee l_k)$ pro $k \geq 3$:

nahradím klauzulami: $(z \vee l_1 \vee l_2)$

a $(\neg z \vee l_3 \vee l_n \dots)$

2 $\rightarrow$ nová vázaná proměnná

$\rightarrow$ Převod běží v polynomiálním čase. Tedy v $O(n^3)$ to určitě zvládneme.

$\rightarrow$ Převod zachová splnitelnost:

OK:

Stará splnitelná $\Rightarrow$ nová splnitelná

$(z \vee l_1 \vee l_2)$ - pokud $l_1 \vee l_2$, $z = 0$

pokud ale to $(\neg z \vee l_3 \dots)$ bude pravda.

Opětově bude nějaká l_i $i \geq 2$ pravdivá, tudíž klauzule pravdivá, tudíž můžeme nastavit $z = 1$.

Stará splnitelná $\Leftarrow$ nová splnitelná

Vzneslím z. Pak $(z \vee l_1 \vee l_2)$ muselo být splněno pomocí $l_1 \vee l_2$.

lišit by to splněno pomocí l_i $i \geq 2$. Tudíž to z můžeme nastavit „neznámé“

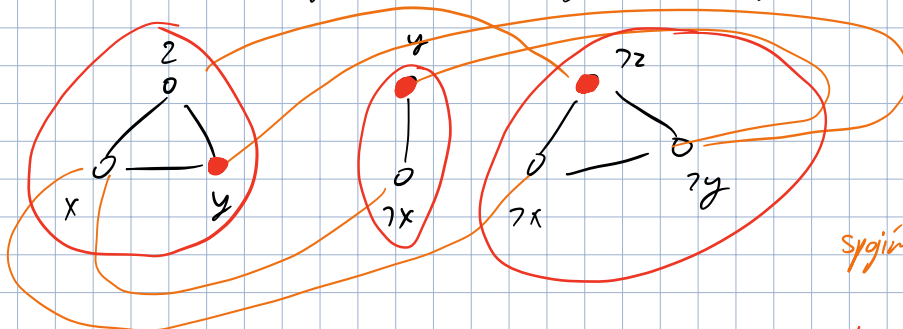
$\boxed{\times}$

3-SAT $\rightarrow$ N2Mun

„V grafu existuje N2Mun vel. k , pokud je splněna formule o k klauzulích.“

Mějme 3-SAT:

$(x \vee y \vee z) \wedge (\neg x \vee y) \wedge (\neg x \vee \neg y \vee \neg z)$



spojím opacní literály

Formule je splnitelná $\Leftrightarrow$ v G $\exists$ N2Mun vel. alespoň k .

vzhledy N2Mun

NZM_{nn} $\rightarrow$ SAT:

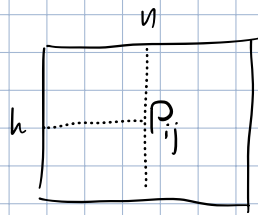
graf s vrcholy $1 \dots n$, proměnné $x_1 \dots x_n$ ($x_i = 1 \Leftrightarrow i \in \text{NZM}_{nn}$)

Triviální nastavení
všeho na nulu
by splnilo ohodnocení.

$\hookrightarrow$ klauzule $\neg(x_i \wedge x_j)$ pro $\{i, j\} \in E$
 $\neg x_i \vee \neg x_j$

+ proměnné p_{ij} pro $1 \leq i \leq h, 1 \leq j \leq n$

($p_{ij} \Leftrightarrow$ vrchol j je v pořadí
 i -tý v NZM_{nn})



$\checkmark$ v každém řádku je právě jedna "1".
ve sloupci nejvýše jedna "1".

ve sloupci max $1 \rightarrow p_{ij} \Rightarrow \neg p_{i'j}, 1 \leq i, i' \leq h, 1 \leq j \leq n, i \neq i'$

v řádku max $1 \rightarrow p_{ij} \Rightarrow \neg p_{ij'}, j \neq j'$

v řádku alespoň $1 \rightarrow p_{i1} \vee p_{i2} \vee \dots \vee p_{in}$

+ Cíle propojím:

$p_{ij} \Rightarrow x_j$ ($\neg p_{ij} \vee x_j$)

Žadujeme nad jednoduchými klauzule dokazovat korektnost.

3-SAT $\rightarrow$ 3,3-SAT

(3,3SAT $\rightarrow$ 3SAT je triviální, protože to je spec. případ 3-SATu).

Mějme proměnnou x s # výskytů $:= t > 3$.

$\hookrightarrow$ nahradíme každou proměnnou $x_1 \dots x_t$ (se stejným ohodnocením)

+ přidáme klauzule:

$x_1 \Rightarrow x_2$
 $x_2 \Rightarrow x_3$
 $\vdots$
 $x_{t-1} \Rightarrow x_t$
 $x_t \Rightarrow x_1$

$\rightarrow$ každá literál se objeví jen 2x.

Tahle nastavení všechny splní.

3D-průřez:

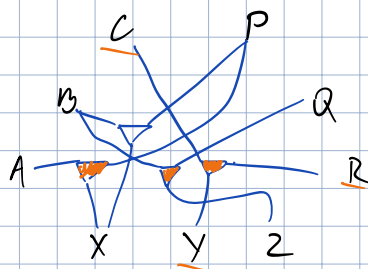
Vstup: množina U, H, Z

množina $T \subseteq U \times H \times Z$

Výstup:

$1 \Leftrightarrow \exists T' \subseteq T: \forall p \in U, H, Z \exists! T'$

$\rightarrow$ je v právě 1 trojici



3-SAT $\rightarrow$ 3D párování:

Gadgets pro proměnné:

Jakými způsobů lze párování provést?

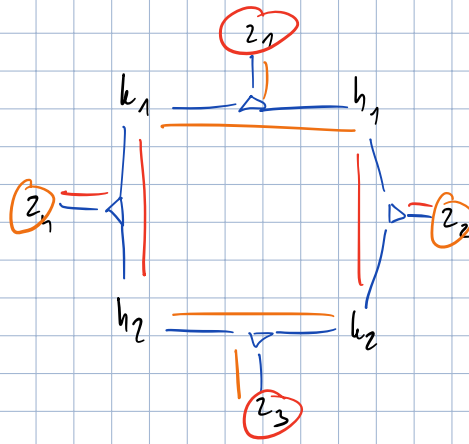
vrcholů:

2 gadgety pro proměnnou:

2 # pruh - # klauzulí

přidám tolik pární

univerzálních dvířek
vrcholů

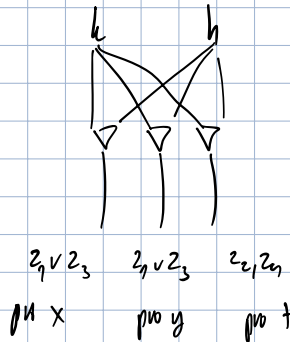


$(L \wedge R) \vee (V \wedge D)$

• = 0 volně z_1, z_2
• = 1 volně z_1, z_3

Gadgets pro klauzuli

$x \vee y \vee z$



To je 3-SAT.

Panuj vlastnost, že

každý literál se objeví

nejméně L_x krát, tudíž každá

vrchol vždy z čeho vybrat z_i, z_{i+2}

Def: P je třída všech problémů řešitelných v polyn. čase $L \in P \equiv \exists A \text{ alg. } \exists p \text{ polynom.}$

t.j. $\forall x \in \{0,1\}^*$ A dojde k $p(x)$ kroků

$A(x) = L(x)$.

Def: NP je třída problémů t.j. $L \in NP \equiv \exists V \in P$

$\forall x \in \{0,1\}^* L(x) = 1 \iff \exists y \in \{0,1\}^*$ certifikát

$|y| = q(x) \wedge V(x,y) = 1$

verifikátor