

Wirhofův zákon:

$$\forall v, v \neq z_s : \sum^+ (v) = 0.$$

Df: Sít' reáln $R(S, f)$ pro $S(V, E, z_s, c)$ a f tok

$$R(S, f) = (V, E, z_s, r) \quad \text{reáln}$$

Myslíme: pokud existuje tok reáln, lze chovat cestu v S zlepšit.

Lemma 2: (o zlepšování)

Nechť f je tok v S a g je tok v $R(S, f)$.

Pak $\exists f'$ tok v S t.j. $|f'| = |f| + |g|$

Df:

$$f^* + g^* := f'^*$$

$\leq c - f^*$
 $\leq c$

Df: Tok g je blokující $\Leftrightarrow \forall P$ cesta z z do s :

$$\exists c \in P : g(c) = c(c).$$

Df: Sít' je pročištěná / vstříknutá $\Leftrightarrow$ všechny $v \in E$

buď na nejmenší cestě do s nebo na největší cestě od s .

Dinicův alg:

1. $f = 0$ $\rightarrow$ až v fázi

2. Opakujeme

3. $R = \text{Sít' reáln } R(S, f)$, směrme hranu s $r=0$. $O(m)$

4. Pročištíme R

5. $L =$ délka nejmenší (z, s) cesty. $O(m)$

pokud $L = -\infty$, return:

6. $g =$ blokující v R $O(nm)$

7. zlepšíme f pomocí g $O(m)$

1 fáze $O(nm)$

Ukolik je ale max. fází?

Lemma: korektnost Dinicova alg.

Ukazuje se alg. zastaví, f je max tok.

Dle: Zpracování cest rozstav menších, pokud jsou v FF alg. vrátil max. tok.

Ukazuje se ale max. fce?

Lemma C: Mezi fceami rozstav L alespoň o 1.

Nejméně může být fce pouze „n“.

(složitost)

Lemma: Jedna fce trvá $O(nm)$

Nasledující cesta $\rightarrow$ snížení rezervy a zvýšení průtoku o stejnou míru, která odpovídá minimu z rezerv odtí cest

Čistění sítě:



1. BFS $\rightarrow$ rozdělení vrcholů do vrstev $O(m)$

2. Smazáme hrany za s

3. Smazáme hrany zpět/umístíme vrstvy

4. $F. fronta = \{v \mid \deg_{out}(v) = 0 \text{ AND } v \neq s\}$

5. Pokud $F \neq \emptyset$:

6. Vybereme v z F .

7. Smazeme v a hrany do něj

8. klesne-li nejvyšší $\deg_{out}(w)$ na 0, přicházíme do fronty.

$O(m)$

Blahující tok:

$O(nm)$

1. $g = 0$ $\swarrow$ max. m rezervací.

2. Pokud $\exists P$ cesta (z, s) :

3. $\varepsilon = \min_{e \in P} (c(e) - g(e))$

4. $\forall e \in P: g(e) += \varepsilon$

5. Ukolčím $g(e) = c(e)$: zablokování

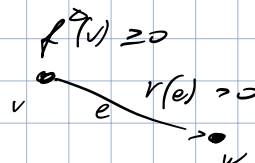
6. Smazeme e .
Dokážeme sít' $\otimes$

Na každé síťce (smazání) pouze jednou
Všechny čistění dají zase $O(n)$.

Věta: Dinicův alg. najde max. tok v čase $O(n^2m)$. $\rightarrow$ neplatí na lineárních!

Df: Vlna v síti je $f: E \rightarrow \mathbb{R}_0^+$ t.č. ① $\forall e: f(e) \leq c(e)$
② $\forall v \neq z, s: f^0(v) = 0$

Df: Převodní přebytky z v do w :



$\varepsilon = \min(f^0(v), r(vw))$
 $f^*(vw) += \varepsilon$

① $r(vw)$ klesne o ε .

$f^0(v)$ klesne o ε .

$f^0(w)$ vzroste o ε .

Tedy jsou se lokálně ekvivalentní přebytky. Tedy jsou to efektivně přibit.