

2) Najděte rek. zápis funkce:

1 nebo 2

1) - čtvercův kód délky n , šířky pruhů, alternativní barvy

$$a_0 = 1$$

$$a_1 = 1$$

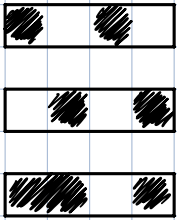
$$a_2 = 2$$

$$a_3 = 3$$

$$a_4 = 5$$

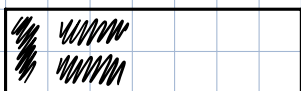
$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$$

$$a_3 =$$


$$a_4 =$$




3) Vyznačení plochy $2 \times n$ dlaždicemi 1×2 .



$$a_1 = 1$$

$$a_2 = 1$$

$$a_3 = 2$$

$$a_4 =$$

$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$$

2) Najděte vytržovací funkci:

$$0) (1, 1, 1, \dots) \sim x^0 + x^1 + x^2 + \dots = \frac{1}{1-x}$$

$$1) (-1, 1, -1, 1, \dots) \sim \frac{1}{1-x} \rightarrow \frac{1}{1-(-1)x}$$

$$(1, 1, 1, 1, \dots) = \frac{1}{1-x}$$

$$+ (-2, 0, -2, 0, \dots) = \frac{-2}{1-x^2}$$

$$= (-1, 1, -1, 1, \dots)$$

$$\frac{1}{1-x} + \frac{-2}{1-x^2} = \frac{1+x-2}{(1+x) \cdot (1-x)} = \frac{-(1-x)}{(1+x) \cdot (1-x)} = -\frac{1}{1+x}$$

$$b) (0, 1, 2, 3, \dots)$$

$$\left(\sum_{i=0}^{\infty} a_i x^i \right)' = \sum_{j=1}^{\infty} a_{j-1} \cdot x^{j-1} = \frac{1}{1-x^2} \cdot x$$

$$(1, 1, 1, 1, \dots)$$

$$\frac{1}{1-x}$$

$$\frac{1}{(1-x)^2}$$

$$= \frac{x}{1-x^2}$$

$$(1, 2, 3, 4, \dots)$$

→ Číselný součet je pohl:

$$(0, 1, 2, 3, 4, \dots)$$

(chci tu „krát x“ → posun)

$$c) (1, 2, 1, 4, 1, 8, \dots)$$

$$\frac{1}{1-cx} = (c^0, c^1, c^2, \dots)$$

=

$$(1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, \dots) \dots \frac{1}{1-x^2}$$

$$(1, 2, 4, 8, \dots)$$

$$2 \cdot \frac{1}{1-2x} = (2, 4, 8, 16, \dots)$$

$$(0, 2, 0, 4, 0, 6, 0, 8, \dots) = \sum_{i=0}^{\infty} (a_i x^i) = \frac{2}{1-2x^2}$$

$$= \frac{2}{1-2x}$$

$$\frac{1}{1-x^2} + \frac{2}{1-2x^2}$$

③ Najděte explicitní vzorec pro následující posloupnosti:

$$a_0 = 0, a_1 = 1, a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2} + 2$$

$a(x)$	=	0	1	a_2	a_3	a_n	...
$x \cdot a(x)$	$\neq$	a_0	a_1	a_2	a_3		
$2x^2 \cdot a(x)$	$\neq$	$\neq$	$2a_0$	$2a_1$	$2a_2$		
$\frac{2}{1-x}$	2	2	2	2	2		
$-2-x$	-2	-1	0	0	0		