

Najděte koeficienty:

$$(1-2x)^{-2} \quad \text{u} \quad x^5 \quad \sum \binom{-2}{i} (-2)^i x^i = \sum \binom{2+i-1}{2-i} 2^i x^i$$

$$\rightarrow \text{u } x^5 \rightarrow \binom{6}{5} 2^5 = 192$$

$$\text{u } x^{50} \quad \text{u} \quad (x^{10} + \dots + x^{20}) \cdot (x^{10} + x^{11} + x^{12} + \dots)^2$$

$$\text{jakž } x^{20} \quad \text{u} \quad (1+x+\dots+x^{10}) \cdot (1+x+x^2+\dots)^2$$

$$\frac{1-x^{11}}{1-x} \cdot \frac{1}{(1-x)^2} = \frac{1-x^{11}}{(1-x)^3} = \frac{1}{(1-x)^3} - \frac{x^{11}}{(1-x)^3}$$

$$= (1-x)^{-3} - x^{11} \cdot (1-x)^{-3}$$

$$(1-x)^{-3} = \binom{2+20-1}{20} = \binom{22}{20} - \binom{11}{9} = 176$$

↑
tedy s x^{20}

↓
chceme x^{20} , tedy index s x^9

Chci koupit 50 limonád: od každého alespoň 10

Ochutnám:

20 červených, 30 zelených a 40 žlutých.

Ukolik způsobů lze nákup provést.

a zájímá mě koeficient u x^{50} .

$$(1+x+x^2+\dots+x^{20}) \cdot (1+x+x^2+\dots+x^{30}) \cdot (1+x+x^2+\dots+x^{40})$$

$$\frac{1-x^{21}}{1-x}$$

$$\frac{1-x^{31}}{1-x}$$

$$\frac{1-x^{41}}{1-x}$$

$$\frac{1-x^{21}-x^{31}+x^{52}-x^{41}+x^{62}-x^{72}+x^{93}}{(1-x)^3} =$$

$$(1-x^{21}) \cdot (1-x^{31}) = 1-x^{21}-x^{31}+x^{52}$$

$$(1-x^{21}-x^{31}+x^{52}) \cdot (1-x^{41}) = 1-x^{21}-x^{31}+x^{52}-x^{41}+x^{62}-x^{72}+x^{93}$$

$$= \frac{1-x^{21}-x^{31}+x^{52}-x^{41}+x^{62}-x^{72}+x^{93}}{(1-x)^3}$$

ty už jsou moc vysedlí a nezajímají mě

$$(1-x)^{-3} - x^{21} \cdot (1-x)^{-3} - x^{31} \cdot (1-x)^{-3} + x^{41} \cdot (1-x)^{-3}$$

50 29 19 9

$$\binom{52}{2} - \binom{31}{2} - \binom{21}{2} + \binom{11}{2} = 592$$