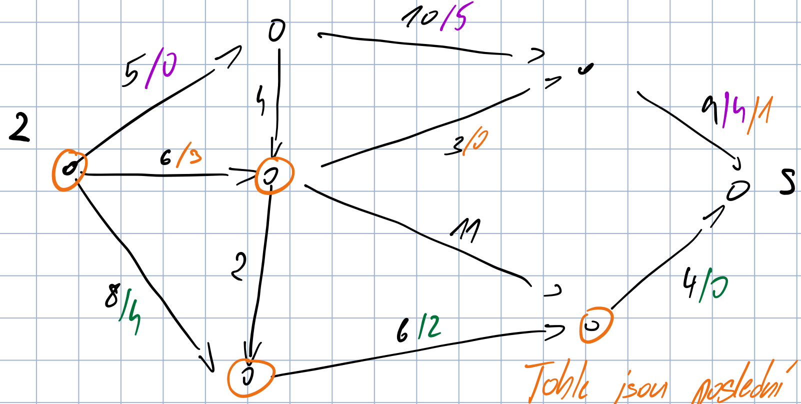
Př. 2: Nalezněte pomocí FF maximální tok, přičemž i vrcholy mají stanovenou maximální kapacitu. Jak to provést?

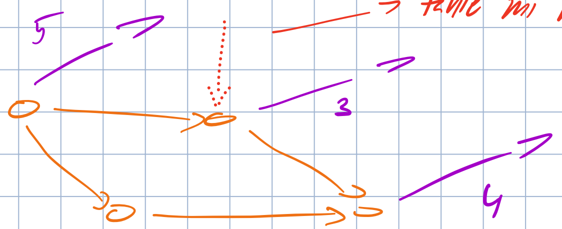
– Každý vrchol rozšíříme na dva s novou hranou mezi nimi, s kapacitou nové hrany rovnou kapacitě vrcholu.

Př. 1:



$4 + 5 + 3 = 12$

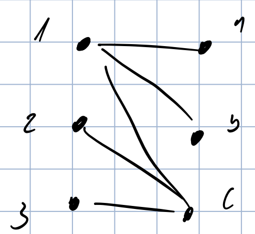
Tohle jsou poslední nenasycené části cest. Abych ukázal, že tok už nelze zlepšit, musí se min. řez z této komponenty do zbytku grafu (po směru) rovnat max. toku, který jsem našel.:



→ tohle mi nic nedá, protože je v opačném směru s tokem.

$4 + 3 + 5 = \underline{\underline{12}}$

Ukázka Hallovy podmínky



$M_1 = \{a, b, c\}$

$M_2 = \{c\}$

$M_3 = \{c\}$

$J = \{2,3\}, \ |\bigcup_{j \in J} M_j| = |M_2 \cup M_3| = |\{c\}| = 1 \neq 2 = |J|$

Aplikace Hallovy věty:

Př. 3:

Nechť a, b, c, d, e jsou různá čísla z $\mathbb{N}$.

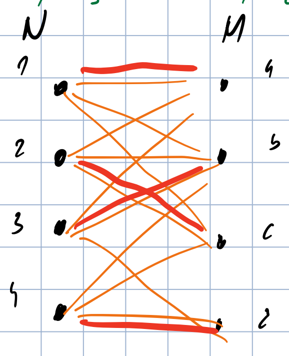
a) Má množinový systém tvořený všemi tříprvkovými podmnožinami množiny $\{a,b,c,d\}$ SRR?

b) —||— $\{a,b,c,d,e\}$ SRR?

a) Sjednocení musí vždy dát všechny prvky.

Celkem tříprvkových podmnožin $= \binom{4}{3} = 4 = |\{a,b,c,d\}|$ ANO

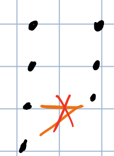
$M_1 = (a,b,c)$, $M_2 = (a,b,d)$, $M_3 = (a,d,c)$, $M_4 = (b,d,c)$ —> lze nejlépe namalovat ověřit.



$N \le M$

Jakmile $N > M$:

Tam bude jen těch 5 prvků



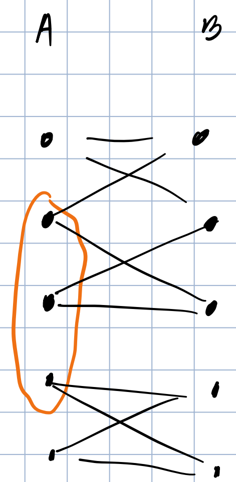
b) Celkem tříprvkových podmnožin $= \binom{5}{3}$: $\left|\bigcup_{j\in J} M_j\right| = 5 < 10 = |I| = \binom{5}{3}$

Proto nemůže existovat.

Př. 4:

– z každého vrcholu přesně k-hran

$|E| = k\cdot|A| = k\cdot|B| \to |A| = |B|$



$\forall J \subseteq I$: # hran do druhé partity:

$2\cdot|J|$, čili musí vést do alespoň

$\frac{2\cdot|J|}{2}$ navzájem různých vrcholů.

Tedy $\left|\bigcup_{j\in J} M_j\right| \ge |J|$ ✓ $\Rightarrow \exists$ párování v G.

To je perfektní, jelikož z každého vrcholu lze jít jen do jiných dvou, etc.

avšak do něj vedou taky dvě hrany. Tedy existuje unikátní spojení vrcholů, kdy si u každého z jedné partity vyberu právě jeden. Tím ale dostanu perf. párování.

Př. 5