1

d_e v $\mathbb{R}^n$ pro $u,v \in \mathbb{R}^n$: $\sqrt{\sum_{i=1}^{n} (u_i - v_i)^2}$

d_{max} v $\mathbb{R}^n$ pro $u,v \in \mathbb{R}^n$: $\max(\text{pro } i = 1\_n : |u_i - v_i|)$

d_1 v $\mathbb{R}^n$ pro $u,v \in \mathbb{R}^n$: $|u_1 - v_1| + |u_2 - v_2| + \dots + |u_n - v_n| < 1$

$B(0)$ v $\mathbb{R}^3$:

a) $d_e = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : d_e((x,y,z),(0,0,0)) < 1\} = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \sqrt{x^2+y^2+z^2} < 1\}$

b) $d_{max} = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : d_{max}((x,y,z),(0,0,0)) < 1\} = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : |\max(x,y,z)| < 1\}$

c) $d_1 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : d_1((x,y,z),(0,0,0)) < 1\} = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : |x| + |y| + |z| < 1\}$

2

a) Průnik spočetně mnoha otevřených množin v (X,d) je znovu otevřená množina v (X,d) ✓

-> Množina A v (X,d) je otevřená, jeli okolím každého svého bodu.

Pokud mám dvě otevřené množiny A, B, které jsou okolím bodu x.

Pak platí: $\Omega(x, \varepsilon_1) \subseteq A$, $\Omega(x, \varepsilon_2) \subseteq B$, pak $\Omega(x, \min(\varepsilon_1, \varepsilon_2)) \subseteq A \cap B$, tudíž i $A \cap B$ je otevřená. Tuto logiku můžeme rozšířit na průnik spočetně mnoha množin.

b) Sjednocení spočetně mnoha uzavřených množin v (X,d) je znovu uzavřená množina v (X,d). ✓

-> Množina A v (X,d) je uzavřená, pokud $\forall (x_n)_n \subseteq A$ konvergentní v X $\lim_n x_n$ v A. Sjednocením žádnou z vybraných množin neomezuji,

tudíž $\forall (x_n)_n \subseteq A \cup B$ konvergentní v X: $\lim_n x_n \in A$ nebo B, tedy $A \cup B$.

-> Stejnou logikou můžu toto sjednocení rozšířit na spočetně mnoho uzavřených množin v (X,d).

c) $\forall x \in X, r > 0: \ \bar{B}(x,r) \subseteq \overline{B(x,r)}$ ✗

→ X musí být z podstaty věci vždy obsaženo.

Zde tvrzení neplatí. Například pro $\overline{B(x,1)}$ v $d_{diskrét} = \{x\}$,

přestože $\bar{B}(x,1) = X$.

↳ $d(x,y) = \begin{cases} 1 & x \neq y \\ 0 & x = y \end{cases}$

↳ $\bar{B} \Rightarrow d(x,y) \leq 1$ → v diskrétním prostoru

$\left.\begin{array}{l} d(x,y) = 1 : x \neq y \\ \quad 0 : x = y \end{array}\right\} =$ množina X

d) $\forall x \in X, r > 0: \ \overline{B(x,r)} \subseteq \bar{B}(x,r)$ ✓

Vždy musí platit, že $B(x,r) \subseteq \overline{B(x,r)} \subseteq \bar{B}(x,r)$,

jelikož $\overline{B(x,r)} = \{z \mid d(z, B(x,r)) = 0\}$ // → tudíž $\bar{B}(x,r) = \{y \in X : d(x,y) \leq r\}$

→ zde jde o <u>infimum</u>

musí být podmnožinou z podstaty infima

infimum není to stejné co <u>minimum</u>.