DÚ: řešení:

× 1) Jazyk je tvořen pouze dvojicí ww, tedy všechna slova jazyka mají sudou délku.
Díky lib. volbě je zaručené opakování celého slova minimální jako w/w.
Nechť z pumping lemmatu je $n = |ww|$, $x = w$, $y = w$. Pak pro
každé sudé k platí 3. podmínka pumping lemmatu: $xy^kz \in L$, jelikož → pro |w| liché
to bude ve tvaru $w(ww)^i w$, avšak pro liché k bude ve tvaru $w(ww)^i$,
tedy 3. podmínka neplatí. Speciálně pro $k=0$ neplatí: $ww \in L \Rightarrow w \in L$
Tedy nejde o regulární jazyk.

✓ 2) $a^{2n} / n \in N$

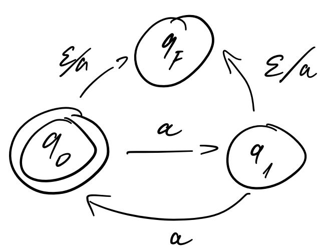
↳ tedy jazyk obsahuje sudopočetné slova stejného znaku.

$a^2 \quad a^4 \quad a^6 \quad a^8 \quad \dots$

$L = \{\lambda, aa, aaaa, aaaaaa, aaaaaaaa, \dots\}$

Nechť z pumping lemmatu $n = 2$, $x = \lambda$, $y =$ „aa“
Pak $w = xy^kz$, $k \in N$, tedy $w = (aa)^k \in L$, což platí tvr.

A:



→ Fail stav pro přečtení znaku != „a“

→ přijme každé slovo, co má sudý počet „a“.

x 3) $a^{n^2} / n \in N$

$L = \{\lambda, a, aaaa, aaaaaaaaa, \dots\}$ → $w = x y^k z$

Z pumping lemmatu lze vytvořit všechny k-tice lib. n-tice, → výběr n z lemma
tedy $(a^n)^k$, kdy $1 \le n \le$ „n“. Potom ale vždy existuje i, k t.ž.

$|a^{i^2}| < |(a^n)^k| < |a^{(i+1)^2}|$, kde ale $a^{i^2}, a^{(i+1)^2}$ jsou si nejbližší slova, co z definice $\in L$. Tedy pak slovo $(a^n)^k \notin L$.

Tedy nejde o reg. jazyk.

Například pro $n = 2$, $i = 2$, $k = 3$:

$a^{i^2} =$ aaaa $\in L$

$(a^n)^k =$ aaaaaa $\notin L$

$a^{(i+1)^2} =$ aaaaaaaaa $\in L$

4) $a^{2^n} \mid n \in \mathbb{N}$ $\qquad L = \{a, aa, aaaa, aaaaaaaa, \dots\}$

Použiji stejný argument jako v příkladě 3. Mějme z pumping lemma, kde $n = 2$, $x = \lambda$, $y = aa$, $w = xy^kz$. Jelikož $L = \{a^{2^n} \mid n \in \mathbb{N}\}$, existuje dvojice slov $\in L$, které „mezi sebou", co se do délky slov týče, nemají jiný prvek. Z pumping lemma ale platí $w = xy^kz$ $\forall k$, tedy i speciálně pro k t.ž. $|a^{2^i}| < |(a^n)^k| < |a^{2^{(i+1)}}|$, tedy <u>opět nejde o reg. jazyk.</u>

Například:

$n = 2$, $y =$ „aa", $i = 2$, $k = 3$

$a^{2^i} = aaaa \longrightarrow 4 \in L$

$(a^n)^k = aaaaaa \longrightarrow 6 \notin L$

$a^{2^{(i+1)}} = aaaaaaaa \longrightarrow 8 \in L$