

1) $P(X=100) = p, P(X=0) = 1-p$. Určete $E(X)$ a $\text{Var}(X)$.

$$E(X) = 100p, \text{Var}(X) = EX^2 - (EX)^2 = 10000p - 10000p^2 = 10000p \cdot (1-p)$$

$$\parallel \sum 100^2 \cdot p + 0^2 \cdot (1-p)$$

2) Hodíme n -krát „zobecněnou kovanou“ s pravděpodobností p .

Označíme X počet po sobě jdoucích hodů PO. (např.: $n=6$, hod POOPPO, $X=2$).

Určete $E(X)$. (Rozmyslete, proč nejde o bin. model)

Návod: použijte linearity: A_i : i -tý hod byl P a $i+1$ -vý hod byl O.

$X_i = \mathbb{I}_{A_i}$, příslušná indikační veličina

Zajímavost: Jevy jsou závislé, ale střední hodnotě to nevadí

$$E(X) = E(X_1) + E(X_2) + \dots + E(X_n)$$

$$P(A_i) = p \cdot (1-p) \rightarrow E(\mathbb{I}_{A_i}) = p(1-p) = E(X_i)$$

A_i $i=1$
 $000PO$
 $(1-p) \quad p$

$$P(A_i) = \left(\frac{1}{2}\right)^{i+1}$$

to celý $(n-1)$ -krát

$$\sum_{i=1}^{n-1} (n-1) \cdot p \cdot (1-p)$$

\rightarrow díky lin. str. hodnoty

4) V testu je 20 otázek s volbou a, b, c, d. Za správnou odpověď (vždy jen jednu správnou) je 1 b, za špatnou $-\frac{1}{4}b$. Za nevyplácnou 0. Určete, otázkou je s pravděpodobností p , že ji umíme. Jasněji vím, který není a rozhodnu se, co budu dělat.

a) Střední hodnota počtu bodů, pokud zodpovíme jenom otázky, co známe?

$$E(X) = E(X_1) + E(X_2) + \dots + E(X_{20}), \text{ kde } E(X_i) = 1 \cdot p$$

$$E(X) = 20p.$$

5) Budu řídit, když neví:

$$F_{\text{dce}} \sim \text{Bin}((1-p), 20) \cdot \frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)$$

$$C_{\text{orr}} \sim \text{Bin}((1-p), 20) \cdot \frac{1}{4} \cdot 1$$

$$E(X - p + \bar{s}) = 20p - \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot 20(1-p) + \frac{1}{4} \cdot 20(1-p) = 20 \left(p + \frac{1}{16} - \frac{p}{16} \right)$$

7) V televizní soutěži si účastník může vybrat dvě otázky. U A odhaduje, že správná odpověď s pravdě 0,8. (a dostane 1000 Kč). S pravdě 0,5 třetí B a 2000 Kč. Po správné km hraje, po správné může chít.

a) Střední hodnota, když zvolím A: $0,8 \cdot (1000 + 0,5 \cdot (2000)) = 1600$

b) Střední hodnota, když zvolím B: $0,5 \cdot (2000 + 0,8 \cdot (1000)) = 1400$

c) Pokud p_A, p_B a m_A, m_B odměny, jak se rozhodnout?

$$\left. \begin{aligned} z_A &= p_A (m_A + p_B \cdot m_B) \\ z_B &= p_B (m_B + p_A \cdot m_A) \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Chceme tedy max těchto dvou hodnot,} \\ \text{vyšší} \sim \text{lepší} \end{array}$$