

→ nemáme, jestli je spojité

1) a)  $P(X \in (0, 1]) = F_X(1) - F_X(0)$

b)  $P(X > 0) = 1 - F_X(0)$  → lehšího doplnkový jev

c)  $P(X < 0) = F_X(0) - P(X=0)$

d)  $P(X \in [0, 1]) = F_X(1) - F_X(0) + P(X=0)$

2) a)  $P(X \in (0, 1]) = \int_0^1 f_X(t) dt$

b)  $P(X > 0) = \int_0^{\infty} f_X(t) dt$

c)  $P(X < 0) = \int_{-\infty}^0 f_X(t) dt$

d) = a)

stejný princip

3) Necht'  $X$  je spoj. n.v.

a)  $F_{-X}(x) = P(-X \leq x) = P(X \geq -x) = 1 - F_X(-x)$

b)  $X^+ = \max(0, X)$

$x < 0 : F_{X^+}(x) = P(X^+ \leq x) = 0$

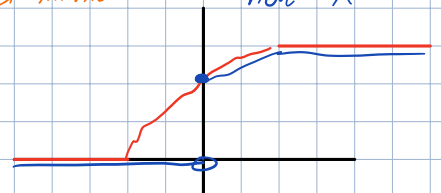
$x = 0 : F_{X^+}(0) = P(X^+ = 0)$

$x > 0 : F_{X^+}(x) = P(X^+ \leq x) = P(X \leq x) = F_X(x)$

$$F_{X^+}(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ F_X(x) & x \geq 0 \end{cases}$$

Bude to vypadat asi takhle:

původní  $X$   
nové  $X^+$



$$d) |X| = X^+ + X^-$$

$$F_{|X|}(x) = P(|X| \leq x) = P(-x \leq X \leq x) = F_X(x) - F_X(-x)$$

↳ to, čo je pod  $x$ ,  
a odčít to, čo je pod  $-x$ .

h)  $X$  spoj. n.v. s hustotou  $f_X(t) = 1/t^2 : t \geq 1, f_X(t) = 0$  jinače

a) Overte, či sa jedná o hustotu.

- integree pres  $\mathbb{R}$  musí byť 1

$$\int_{\mathbb{R}} f_X(t) dt = 0 + \int_1^{\infty} f_X(t) dt = \int_1^{\infty} \frac{dt}{t^2} = \left[ -\frac{1}{t} \right]_1^{\infty} = 0 - (-1) = 1$$

$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} = 0$

$f_X(t) = 0$   
pre  $t < 1$

b) Určte  $E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f_X(x) dx = \int_1^{\infty} x \cdot f_X(x) dx = \int_1^{\infty} \frac{1}{x} dx =$

$\left[ \log|x| \right]_1^{\infty} = +\infty$ , teda nekonverguje, čím prídem  $E(X)$  není definovaná.

c) Spočítajte distr. funkciu,

$$F_X(x) = \begin{cases} \int_{-\infty}^x f_X(t) dt = \int_1^x \frac{dt}{t^2} & \text{pre } x \geq 1 \\ 0 & \text{jinače} \end{cases} = 1 - \frac{1}{x}$$

d) Určte  $P(2 \leq X \leq 3) = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3-2}{6} = \frac{1}{6}$

e)  $Y = 1/X$ . Jedná sa o distr. funkciu n.v.  $Y$ .  $\rightarrow$  keď nahradím hodnotu  $f_X$ ,  
x nahradím 1 až  $\infty$ ,  
tedy  $Y$  bude od 0 do 1.

$$P\left(\frac{1}{X} \leq y\right) = P\left(\frac{1}{y} \leq X\right) = 1 - F_X\left(\frac{1}{y}\right) = y$$

f) Rozdelenie: uniformné na intervale  $[0, 1]$

$$1 - 1 - \frac{1}{\frac{1}{y}} = 0 + y = y$$