1) a) $P(X \in (0,1]) = F_X(1) - F_X(0)$ → nevíme, jestli je spojitá

b) $P(X > 0) = 1 - F_X(0)$ → klasický doplňkový jev

c) $P(X < 0) = F_X(0) - P(X = 0)$

d) $P(X \in [0,1]) = F_X(1) - F_X(0) + P(X = 0)$

stejný princip

2) a) $P(X \in (0,1]) = \int_0^1 f_X(t)\,dt$

b) $P(X > 0) = \int_0^\infty f_X(t)\,dt$

c) $P(X < 0) = \int_{-\infty}^0 f_X(t)\,dt$

d) = a)

3) Nechť X je spoj. n.v.

a) $F_{-X}(x) = P(-X \leq x) = P(X \geq -x) = 1 - F_X(-x)$

b) $X^+ = \max(0, X)$

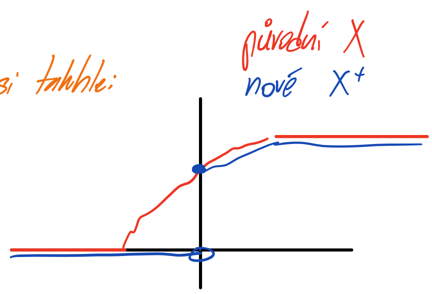
$x < 0$: $F_{X^+}(x) = P(X^+ \leq x) = 0$

$x = 0$: $F_{X^+}(0) = P(X^+ = 0)$

$x > 0$: $F_{X^+}(x) = P(X^+ \leq x) = P(X \leq x) = F_X(x)$

$$F_{X^+}(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ F_X(x) & x \geq 0 \end{cases}$$

Bude to vypadat asi takhle:



d) $|X| = X^{+} + X^{-}$

$$F_{|X|}(x) = P(|X| \le x) = P(-x \le X \le x) = F_X(x) - F_X(-x)$$

↳ to, co je pod x,
a zabít to, co je pod $-x$.

h) X spoj. n.v. s hustotou $f_X(t) = 1/t^2 : t \ge 1$, $f_X(t) = 0$ jinak

a) Ověřte, že se jedná o hustotu.

– integrace přes $\mathbb{R}$ musí dát 1

$\lim_{t \to \infty} \frac{1}{t} = 0$

$$\int_{\mathbb{R}} f_X(t)\,dt = 0 + \int_1^{\infty} f_X(t)\,dt = \int_1^{\infty} \frac{dt}{t^2} = \left[-\frac{1}{t}\right]_1^{\infty} = 0 - (-1) = 1$$

$f_X(t) = 0$ pro $t < 1$

b) Určete $E(X)$ – $\int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f_X(x)\,dx = \int_1^{\infty} x \cdot f_X(x)\,dx = \int_1^{\infty} \frac{1}{x}\,dx =$

$\left[\log|x|\right]_1^{\infty} = +\infty$, tedy nekonverguje, tím pádem $E(X)$ není definována.

c) Spočtěte distr. funkci;

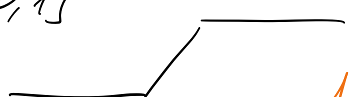
$$F_X(x) = \begin{cases} \int_{-\infty}^{x} f_X(t)\,dt = \int_1^{x} \frac{dt}{t^2} = 1 - \frac{1}{x} & \text{pro } x \ge 1 \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$

d) Určete $P(2 \le X \le 3) = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3-2}{6} = \frac{1}{6}$

e) $Y = 1/X$. Jaká je dist. funkce n.v. Y. → bude nabývat hodnot $1/x$, x nabývá 1 až ∞, tedy Y bude od 0 do 1.

$$P(1/X \le y) = P(1/y \le X) = 1 - F_X\left(\tfrac{1}{y}\right) = y$$

f) Rozdělení: uniformní na intervalu $[0, 1]$



$1 - 1 - \frac{1}{\frac{1}{y}} = 0 + y = y$