

1)  $t =$  uniformní náhodný čas (0:00 - 24:00)

každou celou (9:00 - 23:00) se objevuje ve orloji 12 apřestolů

a) Jaká je pravděpodobnost, že pan Chung uvidí apřestoly, aniž by čekal více jak 15 min.

b) -/- když přijde mezi (12:00 - 24:00)

$$9-23 = 15 \times 30 = 450 \text{ min celk}$$

$$24 \times 60 = 1440 \text{ min celk}$$

$$a) \frac{225}{1440} = 0,15625$$

$$b) \frac{165}{720} = 0,229$$

2) U přístavní přepráhy trvá vyřazení zahraničím čas, který má exponenciální rozdělení a střední hodnota 4 minuty.

a) Jaký je parametr  $\lambda$ , jaká je dist. fce?

$$E(X) = \frac{1}{\lambda} \quad h = \frac{1}{\lambda} \quad \rightarrow \quad \lambda = \frac{1}{h}$$

$$F_x(x) = 1 - e^{-\frac{1}{h}x}$$

b) Jaká je pravděpodobnost, že budeme čekat více jak 4 minuty?

$$1 - F_x(4) = e^{-1} = 0,3678$$

c) Jaká je pravděpodobnost, že budeme čekat mezi 3 a 5

$$F_x(5) - F_x(3) = -e^{-\frac{5}{4}} + e^{-\frac{3}{4}} = 0,18586$$

3) n.v.  $X$  „nemá paměť“ pokud  $P(X > s+t | X \geq s) = P(X > t)$

pro  $x, t \geq 0$ . Jinými slovy, dáme, co už jsme očekali, nemá vliv na to, jak dlouho čekat budeme. Ukážte, že ani exponenciální nemá paměť:

$$B \quad P(X \geq s) = 1 - (F_x(s) - P(X=s)) = 1 - F_x(s) + P(X=s)$$

$$A \quad P(X > s+t) = 1 - F_x(s+t) = 1 - F_x(s+t) \quad 1 - e^{-\lambda s}$$

$$P(A|B) = \frac{P(X > s+t)}{P(X \geq s)} \stackrel{?}{=} P(X > t)$$

$$P(X > s+t) \stackrel{?}{=} P(X > t) \cdot P(X \geq s)$$

$$e^{-\lambda \cdot (s+t)} = e^{-\lambda \cdot t} \cdot (e^{-\lambda s} + P(X=s))$$

$$e^{-\lambda \cdot (s+t)} = e^{-\lambda \cdot t} \cdot e^{-\lambda \cdot s} \quad \square$$

h) Oba ústní zbořitelé má exponenciální rozdělení se střední hodnotou 20 min.  
Objednání Adam 10:00, Eva na 10:20.

a) Jaká je pravděpodobnost, že Adam skončí před Evou?

b) Jaká je střední hodnota času, co Eva bude čekat na Adama.

c) Jaká je střední doba času, kdy bude Eva vyobrašena.

$$X \sim \text{Exp}(\lambda), E(X) = 20 \text{ min} \quad \lambda = \frac{1}{20}$$

$$a) F_X(20) - P(X=20) = F_X(20) - 0 = F_X(20) = 1 - e^{-1} = 0,63212$$

$$b) \int_{20}^{\infty} t \cdot f_X(t) dt = \int_{20}^{\infty} t \cdot \lambda \cdot e^{-\lambda t} dt = \lambda \frac{e^{-1} \cdot 2}{\frac{1}{400}} = 16,715 \text{ min}$$