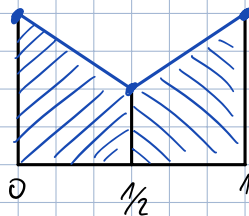


1) Metrový klucet rozložíme na dva kusy - lomem v uniformě náhodném bodě.

Bud' D délkou delší části:

a) Jaké je rozdělení D ? $\rightsquigarrow U(\frac{1}{2}, 1)$

b) Určete $E(D)$. $\rightsquigarrow \frac{3}{4}$



\rightarrow protože distribuční funkce je $2D$

3) Necht' $X_i \sim \text{Exp}(\lambda_i)$ pro $i=1, \dots, n$, jsou n.n.v. Označme $M = \min_i(X_i)$.

Ukažte, že $M \sim \text{Exp}(\sum \lambda_i)$

$$X \sim \text{Exp}(\lambda) \Rightarrow F_X(x) = 1 - e^{-\lambda x}$$

$$M = \min(X_1, \dots, X_n) \Rightarrow M \sim \text{Exp}(\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n)$$

$$X_i \sim \text{Exp}(\lambda_i)$$

$n=2$:

$$\min(X_1, X_2) := P(X_1 \leq x \vee X_2 \leq x) = \underbrace{1 - e^{-\lambda_1 x}}_{P(X_1 \leq x)} + \underbrace{e^{-\lambda_1 x}}_{P(X_1 > x)} \cdot \underbrace{(1 - e^{-\lambda_2 x})}_{P(X_2 \leq x)}$$

- takže mi $1 - e^{-\sum \lambda_i x}$...

5) Májme $U \sim U(0,1)$.

a) Jaké vyrobíme $U(a,b)$? $\rightarrow A = U \cdot (b-a) + a$

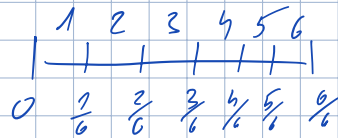
b)

c) Jaké vyrobíme uniformní na množině $\{1,2,\dots,6\}$

$$P(C=c) = P\left(\frac{c-1}{6} < U < \frac{c}{6}\right)$$

$[U \cdot 6]$

\rightarrow rozdělují uniformně do jednotlivých intervalů.



6) Buďte $X, Y, Z \sim U(0,1)$ n.n.v.

a) Jaké je rozdělení $X+Y$? (uvězte hustotu dvěma způsoby)

$$P_Z(z) = \sum_{x \in I_n X} P_X(x) \cdot P_Y(z-x)$$

$$f_Z(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f_X(x) \cdot f_Y(z-x) dx$$

obrázek:



$$\text{pokud: } 0 \leq x \leq 1 \quad 0 \leq z-x \leq 1 \quad 1$$

$$\text{jinak} \quad 0$$

$$\text{funkce } 1 \text{ pokud: } -1 \leq x \leq 1$$