Úkol - robot :

prob. dist: když se posunu na západ, chci všechny políčka v nejvýchodnějším sloupci nastavit na 0, protože tam určitě nejsem.

Markov Chain:

$$X_1 \rightarrow X_2 \rightarrow X_3$$

-> předpokládáme, že přechodový model se nemění v čase a že je závislý jen na svých předchůdcích

X_{t-1}	X_t	$P(X_t / X_{t-1})$
S	S	0,9
S	R	0,1
R	S	0,3
R	R	0,7

$$P(X_1 = S / X_0)$$

-> musím proiterovat všechny možnosti toho X_0 a násobím to danou pstí

$$P(X_1 = S) = P(X_1 = S / X_0) \cdot P(X_0)$$

$$= P(X_1 = S / X_0 = S) \cdot \boxed{P(X_0 = S)}$$
$$+ P(X_1 = S | X_0 = R) \cdot \boxed{P(X_0 = R)}$$

-> na tohle bych se ptal pro $t=0$:

$P(X_0 = S)$

$$P(X_3 = S) = P(X_3 = S | X_2 = S) \cdot P(X_2 = S) + P(X_3 = S | X_2 = R) \cdot P(X_2 = R)$$

$$= P(X_3 = S | X_2 = S) \left(P(X_2 = S | X_1 = S) \cdot P(X_1 = S) + P(X_2 = S | X_1 = R) \cdot P(X_1 = R) \right)$$

$$+ P(X_3 = S | X_2 = R) \left(P(X_2 = R | X_1 = S) \cdot P(X_1 = S) + P(X_2 = R | X_1 = R) \cdot P(X_1 = R) \right)$$

$$= 0{,}9 \cdot (0{,}9 \cdot 0{,}6 + 0{,}3 \cdot 0{,}4) = 0{,}594$$

$$+ 0{,}3 \cdot (0{,}1 \cdot 0{,}6 + 0{,}7 \cdot 0{,}4) = 0{,}102$$

$$= 0{,}696$$

-> Celé je to tedy jen identní postup počítání pravděpodobnosti

$$\begin{tikzcd} X_1 \arrow[r] \arrow[d] & X_2 \arrow[r] \arrow[d] & X_3 \arrow[r] \arrow[d] & X_4 \arrow[d] \\ E_1 & E_2 & E_3 & E_4 \end{tikzcd}$$

4 tasky, co s tím můžu dělat?

- $P(X_t \mid E_{1:t})$ – filtrování
- $P(X_{t+1} \mid E_{1:t})$ – predikce
- $P(X_{t-1} \mid E_{1:t})$ – smoothing $\neq P(X_{t-1} \mid E_{1:t-1})$ → není to pozorování
- nejpravděpodobnější cesta k bodu X_t

$$P(X_t \mid E_{1:t}) = \alpha \cdot P(E_t \mid X_t) \cdot \sum_{X_{t-1}} \overbrace{P(X_t \mid X_{t-1})}^{\text{Markov assumption}} \cdot \underline{P(X_{t-1} \mid E_{1:t-1})}$$

↳ $$\begin{tikzcd} X_t \arrow[d, "\text{přechod}"] \\ E_t \end{tikzcd}$$

↳ z přechodového modelu

↳ prostor pro rekurzi

tomorrow

today	S	C	R
S	0,8	0,2	0
C	0,4	0,4	0,2
R	0,2	0,6	0,2

sensor model

weather	S	C	R
sunny	0,6	0,4	0
cloudy	0,3	0,7	0
rainy	0	0	1

$P(X_1 = S) = 1$

$E_2 = C,\ E_3 = C,\ E_4 = R,\ E_5 = S$

$P(X_5 = S) = ?$

$$P(X_5 = S \mid E_{2:5}) = \alpha_5 \cdot P(E_5 = S \mid X_5 = S) \cdot$$

$$\Big(P(X_5 = S \mid X_4 = S) \cdot P(X_4 = S \mid E_{2:4})$$

$$+ P(X_5 = S \mid X_4 = R) \cdot P(X_4 = R \mid E_{2:4})$$

$$+ P(X_5 = S \mid X_4 = C) \cdot P(X_4 = C \mid E_{2:4})$$

$$\Big)$$

$$= \alpha_5 \cdot 0{,}6 \cdot \Big(0{,}8 \cdot P(X_4 = S \mid E_{2:4}) + 0{,}4 \cdot P(X_4 = R \mid E_{2:4}) + 0{,}2 \cdot P(X_4 = C \mid E_{2:4})\Big)$$