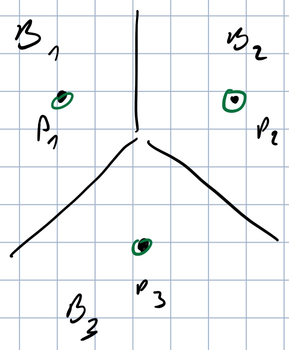
Poštovní schéma:



OS pro nejbližší body v $\mathbb{R}^2$

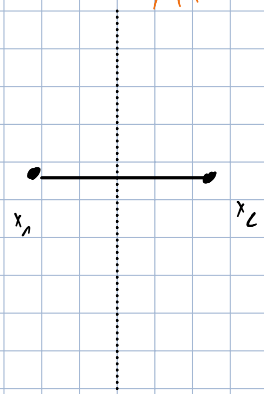
Máme mnohoúhelníkový rozklad. V každém B_i mají všechny body nejblíž poštu P_i.

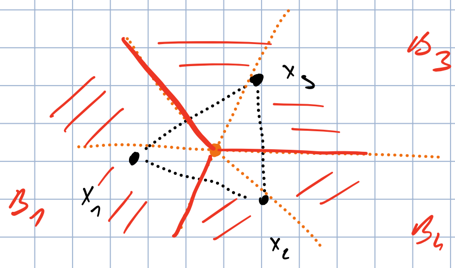
Df: Voronoiův diagram pro místa $x_1 \dots x_n \in \mathbb{R}^2$:

systém množin $B_1 \dots B_n \subseteq \mathbb{R}^2$, t.ž. $\forall i: (x \in B_i) \iff (\forall j\ d(x,x_i) \le d(x,x_j))$

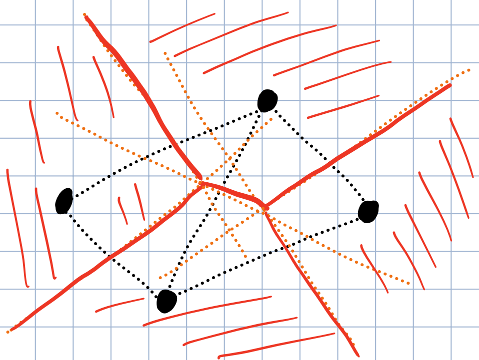
Oblasti diagramu jsou zobecněné konvexní mnohoúhelníky.

Př.:





Obecně: Každá oblast bude průnik $n-1$ polorovin, určených osami úseček míst.



Věta: Rovinný graf bez násobných hran má:

$$e \le 3v-6.$$

Počet stěn $f = n+1$

duál

$v' = f = n+1$

$e' \le 3v' - 6 = 3n-3$

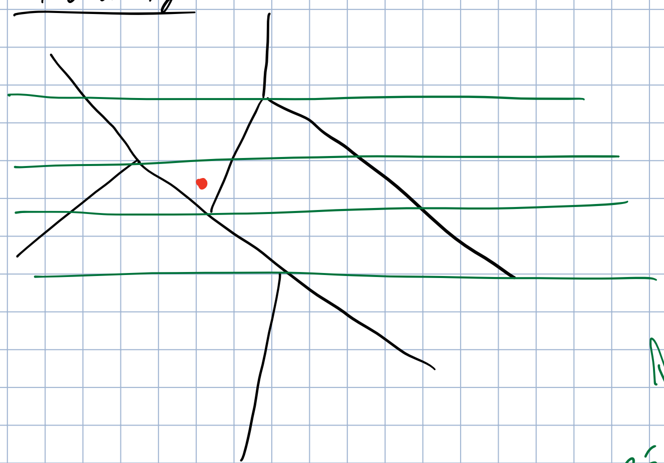
Věta: $v + f = e + 2$

$\iff v = e + 2 - f$

$\le 3n - 3 + 2 - n - 1 = 2n - 2$

čili je ten diagram lineární objekt.

Zametací alg.:



$O(n)$ pásů, po každý uložím kopii průřezu.

vyžaduje $\Theta(n^2)$ prostor.

Hledání:

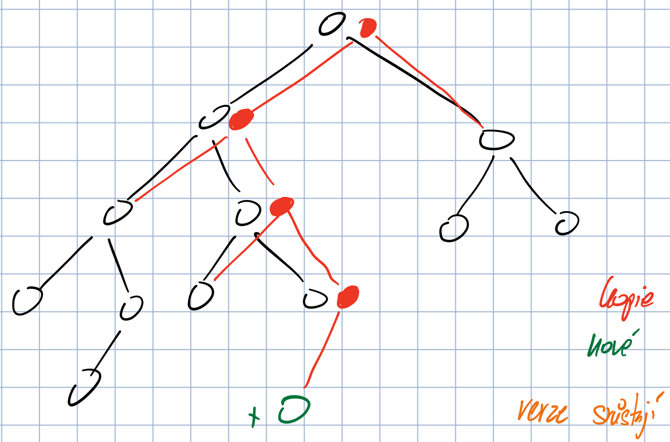
1) Najdu pás $O(\log n)$

2) Dotaz na pásu $O(\log n)$

Df: Semi-persistentní BST:

- každá modifikace vytváří novou verzi struktury
- je zakázáno měnit již vytvořené vrcholy

Pokud $h = O(\log n)$, pak i operace stojí $O(\log n)$ čas i $O(\log n)$ nového prostoru



Zametací alg.:

$O(n)$ událostí

$\downarrow$

$O(n)$ operací se stromem

$\downarrow$

$O(n \log n)$ času

$O(n \log n)$ prostoru

Lokalizace bodu:

Build	$O(n \log n)$
Space	$O(n \log n)$
Query	$O(n \log n)$

Df: Rozhodovací problém je funkce z $\{0,1\}^*$ do $\{0,1\}$

↳ stačí si tedy zavést kódování

převod/redukce

Df: Problém L lze převést na problém M $(L \to M) \Leftrightarrow \exists f: \{0,1\}^* \to \{0,1\}^*$ spočitatelná v polynom. čase (∃p polynom, ∃F alg. t.ž. $\forall x$ $F(x)$ doběhne v čase $\leq p(|x|)$ a $F(x) = f(x)$)

$$\forall x \in \{0,1\}^*: L(x) = M(f(x))$$

$L \to M$: „M je alespoň tak těžký jako L".

Lemma: Pokud $L \to M$ a M je polynomiálně řešitelné, pak L je polynomiálně řešitelné.

Důkaz: Nechť A je alg. řešící M v čase $\leq p(|\text{vstup}|)$ (polynom). Nechť F je alg. pro převod v čase $\leq q(\dots)$ (polynom).

$A(F(x))$ $\quad$ $F(x)$ běží v čase $q(|x|)$

$A(F(x))$ běží v čase $p(\underbrace{|F(x)|}_{\leq q(|x|)}) = p(q(x)) = q \circ p$

Relace $\longrightarrow$:

$A \to A$ reflexivita ✓

$A \to B$ & $B \to C \Rightarrow A \to C$ tranzitivita ✓ (složení polynomiálních je zase polynomiální)

$A \to B$ & $B \to A$ antisymetrie ✗

Př.:

Klika:

Vstup: neorientovaný graf G, $k \in \mathbb{N}$

Výstup: $1 \iff$ v G existuje podgraf isomorfní s K_k

NzMnn:

Vstup: G, $k \in \mathbb{N}$

Výstup: $1 \iff \exists$ k-tice vrcholů mezi nimiž nejsou hrany

Na sebe převeditelné problémy (doplněk řeší opak)

SAT:

Vstup: formule φ v CNF

Výstup: $1 \iff \vec{x}$ vektor hodnot: $\varphi(\vec{x}) = 1$