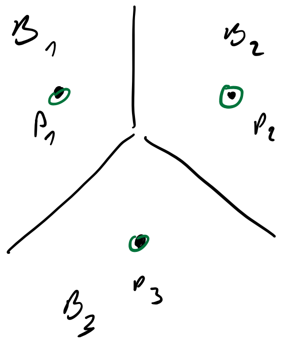
## Poštovní schéma:




DS pro nejbližší body v $\mathbb{R}^2$

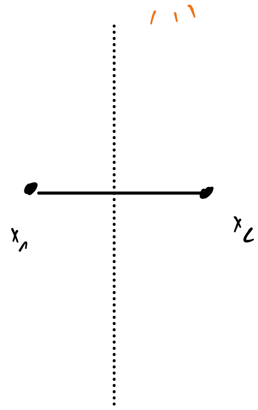
Máme mnohoúhelníkový rozklad. V každém $B_i$ mají všechny body nejblíž poštu $p_i$.

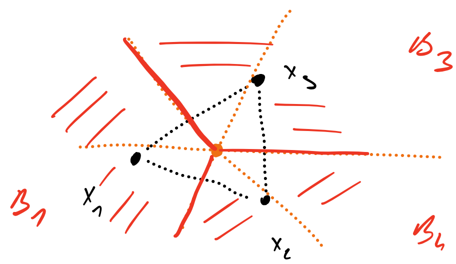
**Df:** Voroného diagram pro místa $x_1 \dots x_n \in \mathbb{R}^2$:

systém množin $B_1 \dots B_n \subseteq \mathbb{R}^2$, t.ž. $\forall i: (x \in B_i) \Leftrightarrow (\forall j\ d(x,x_i) \le d(x,x_j))$

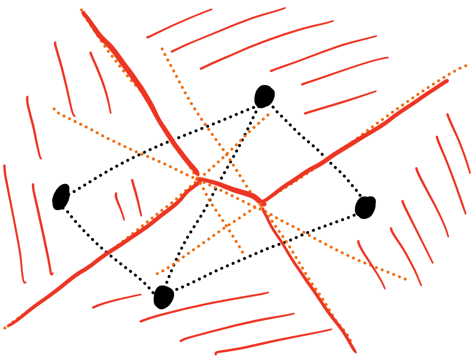
Oblasti diagramu jsou zobecněné konvexní mnohoúhelníky.

Př.:




Obecně: Každá oblast bude průnik $n-1$ polorovin, určených osami úseček míst.



**Věta:** Rovinný graf bez nás. hran má:

$$e \le 3v - 6.$$

Počet stěn $f = n+1$

↓

duál

$$v' = f = n+1$$

$$e' \le 3v' - 6 = 3n-3$$

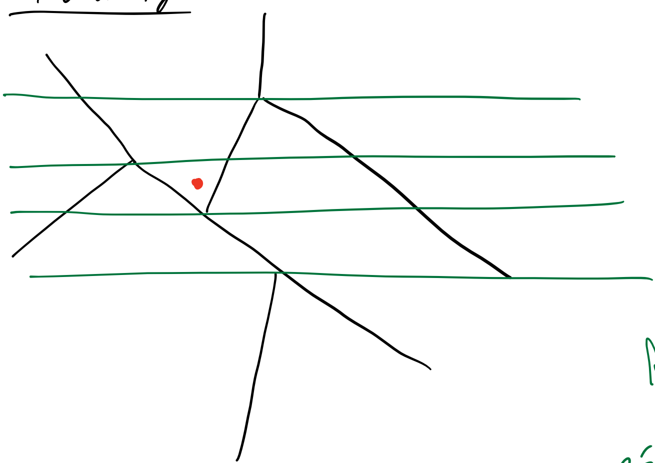
**Věta:** $v + f = e + 2$

$$\Leftrightarrow v = e + 2 - f$$

$$\le 3n - 3 + 2 - n - 1 = 2n - 2$$

čili je ten diagram lineární objekt.

## Zametací alg.:



Hledání:
1) Najdu pás $O(\log n)$
2) Dotaz na pásu $O(\log n)$

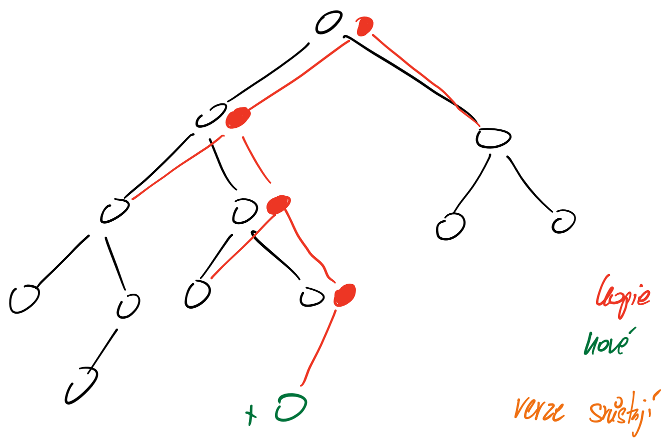
$O(n)$ pásů, pro každý ukládám kopii průřezu.

→ vyžaduje $\Theta(n^2)$ prostor.

**Df:** Semi-persistentní BST:

- každá modifikace vytváří novou verzi struktury
- je zakázáno měnit již vytvořené vrcholy

Pokud $h = O(\log n)$, pak i operace stojí $O(\log n)$ čas i $O(\log n)$ navíc prostoru




## Zametací alg:

$O(n)$ událostí

$\downarrow$

$O(n)$ operací se stromem

$\downarrow$

$O(n \log n)$ času

$O(n \log n)$ prostoru

## Lokalizace bodu:

| | |
|---|---|
| Build | $O(n \log n)$ |
| Space | $O(n \log n)$ |
| Query | $O(n \log n)$ |

---

**Df:** Rozhodovací problém je funkce z $\{0,1\}^*$ do $\{0,1\}$

↳ stačí si tedy zavést kódování → převod/redukce

**Df:** Problém $L$ lze převést na problém $M$ $(L \to M) \iff \exists f: \{0,1\}^* \to \{0,1\}^*$ spočitatelná v polynom. čase (∃p polynom, ∃F alg. t.ž. $\forall x$ $F(x)$ doběhne v čase $\leq p(|x|)$ a $F(x) = f(x)$ )

$$\forall x \in \{0,1\}^*: L(x) = M(f(x))$$

$L \to M$: „$M$ je alespoň tak těžký jako $L$".

**Lemma:** Pokud $L \to M$ a $M$ je polynomiálně řešitelné, pak $L$ je polynomiálně řešitelné.

**Důkaz:** Nechť $A$ je alg. řešící $M$ v čase $\leq p(|\text{vstup}|)$ (polynom.). Nechť $F$ je alg. pro převod v čase $\leq q(\ldots)$ (polynom)

$A(F(x))$ — $F(x)$ běží v čase $q(|x|)$

$A(F(x))$ běží v čase $p(\underbrace{|F(x)|}_{\leq q(|x|)}) = p(q(x)) = q \circ p$

Relace —>:

$A \to A$ reflexivita ✓

$A \to B$ & $B \to C \Rightarrow A \to C$ tranzitivita ✓ (složení polynomiálního je zase polynomiální)

$A \to B$ & $B \to A$ antisymetrie ✗

Př.:

Klika:

Vstup: neorientovaný graf $G$, $k \in \mathbb{N}$

Výstup: $1 \Leftrightarrow$ v $G$ existuje podgraf isomorfní s $K_k$

NzMnn:

Vstup: $G$, $k \in \mathbb{N}$

Výstup: $1 \Leftrightarrow \exists$ $k$-tice vrcholů mezi nimiž nejsou hrany

Na sebe převeditelné problémy (doplněk řeší oproti)

SAT:

Vstup: formule $\varphi$ v CNF

Výstup: $1 \Leftrightarrow \vec{x}$ vektor hodnot: $\varphi(\vec{x}) = 1$