Kirhofův zákon: $\forall v,\ v \neq z,s:\ f^{\Delta}(v) = 0.$

Df: Síť rezerv $R(S,f)$ pro $S(V,E,z,s,c)$ a f tok

$R(S,f) = (V,E,z,s,\overset{\text{rezerva}}{r})$. Myšlenka: pokud existuje tok rezerv, lze chudou cestu v S zlepšit.

Lemma 2: (O zlepšování)
Nechť f je tok v S a g je tok v $R(S,f)$.
Pak $\exists f'$ tok v S t.ž. $|f'| = |f| + |g|$

Dk:
$$\underbrace{f^* + \underbrace{g^*}_{\leq c - f^*}}_{\leq c} := f'^*$$

Df: Tok g je blokující $\iff$ $\forall P$ cesta z z do s: $\exists e \in P: g(e) = c(e)$.

Df: Síť je pročištěná/vrstevnatá $\iff$ všechny V a E leží na nejkratších cestách do spotřebiče.

Dinicův alg:

1. $f = 0$
2. Opakujeme → až v fázi
3. R = síť rezerv $R(S,f)$, smažeme hrany s $r=0$. $O(m)$
4. Pročistíme R
5. l = délka nejkratší (z,s) cesty. $O(m)$
   pokud $l == +\infty$, return
6. g = blokující v R $O(nm)$
7. zlepšíme f pomocí g $O(m)$

1 fáze $O(nm)$

Kolik je ale max. fází?

Lemma (korektnost Dinicova alg.):

Když se alg. zastaví, f je max tok.

Dk: Žádnou cestu rezerv nenajdu, pokud jsem v FF alg. našel max. tok.

(složitost)

Lemma: Jedna fáze trvá $O(nm)$

Nasycení cesty -> snížení rezerv a zvýšení průtoku o stejnou míru, která odpovídá minimu z rezerv celé cesty

Kolik je ale max. fází?

Lemma C: Mezi fázemi vzroste l alespoň o 1.

Nejvýše může být fází pouze „n".

Čištění sítě:

1. BFS -> rozdělení vrcholů do vrstev $O(m)$
2. Smažeme hrany za s
3. Smažeme hrany zpět/uvnitř vrstvy } $O(m)$
4. F fronta $= \{v \mid \deg^{out}(v) = 0$ AND $v \neq s\}$
5. Dokud $F \neq \emptyset$:
6. Vybereme v z F.
7. Smažeme v a hrany do něj
8. Klesne-li nějaký $\deg^{out}(w)$ na 0, přidám do fronty. } $O(m)$

Blokující tok: $O(nm)$

1. $g = 0$
2. Dokud $\exists P$ cesta (z,s): (max. m iterací)
   $O(n)$
3. $\varepsilon = \min_{e \in P} (c(e) - g(e))$
4. $\forall e \in P: g(e) \mathrel{+}= \varepsilon$
5. Kdykoliv $g(e) = c(e)$: smažeme e. zablokování
6. Dočistím síť (*)

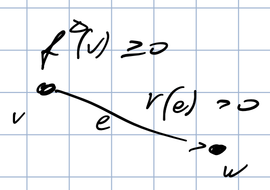
Na každý sloupec (smaž) pouze jednou

Všechna čištění dají zase $O(m)$.

Věta: Dinicův alg. najde max. tok v čase $O(n^2 m)$. -> nezáleží na kapacitách!

Df: Vlna v síti je $f: E \to \mathbb{R}_0^+$ t.ž. (1) $\forall e: f(e) \leq c(e)$
(2) $\forall v \neq z,s: f^\circ(v) \geq 0$

Df: Převedení přebytku z v do w:



$\varepsilon = \min(f^\circ(v), r(vw))$

$f^*(vw) \mathrel{+}= \varepsilon$

$r(vw)$ klesne o ε.

$f^\circ(v)$ klesne o ε. Tedy jsem se lokálně zbavil přebytku. Tedy

$f^\circ(w)$ vzroste o ε. jsem ho efektivně předal.