Kirhofův zákon: $\forall v,\ v \neq z, s:\ f^{\Delta}(v) = 0.$

Df: Síť rezerv $R(S, f)$ pro $S(V, E, z, s, c)$ a f tok

$R(S, f) = (V, E, z, s, \overset{\to \text{rezervy}}{r})$.

Myšlenka: pokud existuje tok rezerv, lze chudou cestu v S zlepšit.

Lemma 2: (O zlepšování)

Nechť f je tok v S a g je tok v $R(S, f)$.

Pak $\exists f'$ tok v S t.ž. $|f'| = |f| + |g|$

Dk:

$$\underbrace{f^* + \underbrace{g^*}_{\leq c - f^*}}_{\leq c} := f'^*$$

Df: Tok g je blokující $\iff \forall P$ cesta z z do s: $\exists e \in P: g(e) = c(e)$.

Df: Síť je pročištěná / vrstevnatá $\iff$ všechny V a E leží na nejkratších cestách do spotřebiče.

Dinicův alg:

1. $f = 0$
2. Opakujeme $\to$ až ve fázi
3. R = síť rezerv $R(S, f)$, smažeme hrany s $r = 0$. $O(m)$
4. Pročistíme R
5. ℓ = délka nejkratší (z, s) cesty. $O(m)$
   pokud $\ell == +\infty$, return.
6. g = blokující v R $O(nm)$
7. zlepšíme f pomocí g $O(m)$

1 fáze $O(nm)$

Kolik je ale max. fází?

Lemma (korektnost Dinicova alg.):

Když se alg. zastaví, f je max tok.

Dk: Žádnou cestu v rezerv. nenajdu, pokud jsem v FF alg. našel max. tok.

Kolik je ale max. fází?

Lemma C: Mezi fázemi vzroste l alespoň o 1.

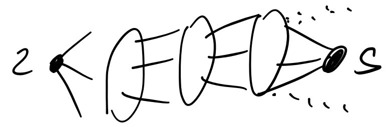
Nejvýše může být fází pouze „n".

(složitost)

Lemma: Jedna fáze trvá $O(nm)$

Nasycení cesty --> snížení rezerv a zvýšení průtoku o stejnou míru, která odpovídá minimu z rezerv celé cesty

Čištění sítě:



1. BFS --> rozdělení vrcholů do vrstev $O(m)$
2. Smažeme hrany za s
3. Smažeme hrany zpět/uvnitř vrstvy $\}\ O(m)$
4. F. fronta $= \{ v \mid \deg^{out}(v) = 0$ AND $v \neq s \}$
5. Dokud $F \neq \emptyset$:
6. Vybereme v z F.
7. Smažeme v a hrany do něj
8. Klesne-li nějaký $\deg^{out}(w)$ na 0, přidám do fronty.

$O(m)$

Blokující tok: $O(nm)$

1. $g = 0$
2. Dokud $\exists P$ cesta (z, s): — max. m iterací
   $O(n)$
3. $\varepsilon = \min_{e \in P} \left(c(e) - g(e) \right)$
4. $\forall e \in P$: $g(e) \mathrel{+}= \varepsilon$
5. Kdykoliv $g(e) = c(e)$: smažeme e. — zablokování
6. Dočistím síť ⊛

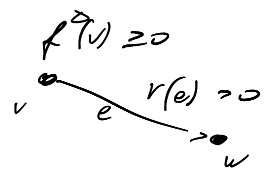
Na každý sáhnu (smažu) pouze jednou

Všechna čištění dají zase $O(n)$.

Věta: Dinicův alg. najde max. tok v čase $O(n^2 m)$. --> nezáleží na kapacitách!

Df: Vlna v síti je $f: E \to \mathbb{R}_0^+$ t.ž. ① $\forall e: f(e) \leq c(e)$
② $\forall v \neq z, s: f^{\circ}(v) \geq 0$

Df: Převedení přebytku z v do w:



$\varepsilon = \min(f^{\circ}(v), r(vw))$

$f^*(vw) \mathrel{+}= \varepsilon$

$r(vw)$ klesne o ε.

$f^{\circ}(v)$ klesne o ε. Tedy jsem se lokálně zbavil přebytku. Tedy jsem ho efektivně předal.

$f^{\circ}(w)$ vzroste o ε.